SYLLABUS FOR BCS (WRITTEN) EXAMINATION
MATHEMATICAL REASONING

SN.	Topic
01	Simplification of Arithmetic and Algebraic Expressions.
02	Unitary Method, Average, Percentage, Simple and Compound interest, LCM, GCD, Ratio and Proportion, Profit and Loss.
03	Algebraic Formulas, Factorization of Polynomials, Linear and Quadratic Equations, Linear and Quadratic Inequalities.
04	Systems of Linear Equations with two or three unknowns.
05	Exponents and Logarithms. Exponential and Logarithmic functions.
06	Arithmetic and Geometric Sequences and Series.
07	Line, Angle, Triangle related theorems. Theorem of Pythagoras, Circle – Theorems, Corollaries.
08	Area related theorems and construction, Mensuration – plane figures and solid objects.
09	Cartesian Geometry- Distance, Equation of a Straight Line.
10	Trigonometric ratios and functions. Problems on height and distances.
11	Set theory. Venn diagram.
12	Counting Principles, Permutations and Combinations. Elementary Probability.

সূচিপত্র

বিগত বছরের বিসিএস লিখিত পরীক্ষার প্রশ্ন বিশ্লেষণ

গাণিতিক যুক্তি

বিষয়	৪৭তম	৪৬তম	৪৫তম	৪৪তম	৪৩তম	৪১তম	৪০তম	৩৮তম	৩৭তম	৩৬তম	৩৫তম	মোট
পাটিগণিতীয় সরলীকরণ				১								১
ঐকিক নিয়ম	২	১				১	১					৫
গড়		১				১						২
শতকরা	১					১	১					৩
সরল ও যৌগিক মুনাফা		১		১	১	১		১			১	৬
ল.সা.গু. ও গ.সা.গু.		১						১				২
অনুপাত ও সমানুপাত			১	১	২				১			৫
লাভ ও ক্ষতি			১	১			১	১		২		৬
বীজগাণিতিক সরলীকরণ												
বীজগাণিতিক সূত্রাবলি		১	১		২	১	১	১	১	১	১	১০
উৎপাদকে বিশ্লেষণ				১	১			২	১	১	১	৭
একঘাত ও দ্বিঘাত সমীকরণ	১		৪			১	১	১	১	২	১	১২
সরল ও দ্বিঘাত অসমতা		১		১							১	৩
দুই ও তিন চলক বিশিষ্ট রৈখিক সমীকরণ	১	১	১	১	১						১	৬
সূচক, লগারিদম এবং তাদের ফাংশনসমূহ	১	২	২	৩	২	২	২	৩	৪	১	১	২৩
সমান্তর ও গুণোত্তর অনুক্রম ও ধারা	১		১	১	১	১	১				১	৭
সেটতত্ত্ব ও ভেনচিত্র	১	১	১	১		১	১		১	২	১	১০
ফাংশন			১									১
বিন্যাস ও সমাবেশ	১	১		১		১	২	২		১		৯
সম্ভাব্যতা	১	১		১			১	১		১	১	৭
দ্বিপদী বিস্তৃতি			১		১							২
রেখা, কোণ ও ত্রিভুজ সংক্রান্ত উপপাদ্য			২		১	৩	১		১	৩		১১
পিথাগোরাসের উপপাদ্য												
বৃত্ত ও চতুর্ভুজ সংক্রান্ত উপপাদ্য						১	১		১		১	৪
স্থানাঙ্ক জ্যামিতি: দূরত্ব ও সরলরেখার সমীকরণ	১		১	১	২	১	১	১	১	১	১	১১
ত্রিকোণমিতিক অনুপাত	১		২		২	১		২	২	২		১২
ত্রিকোণমিতির সাহায্যে দূরত্ব ও উচ্চতা নির্ণয়	১		১	১		১	১		১	২	১	৯
পরিমিতি: সরলক্ষেত্র ও ঘনবস্তু		২		১	১			১	১	২		৮
মোট	১৩	১৪	২০	১৭	১৭	১৮	১৬	১৭	১৬	২১	১৩	১৮২

পাটিগণিত

অধ্যায় ০৬

ল.সা.গু. ও গ.সা.গু.

(L.C.M & H.C.F)

এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ টাইপ সমূহ

টাইপ	বিসিএস পরীক্ষা
ল.সা.গু. (Least Common Multiple)	৪৬, ২৯, ২৫, ১৫ ও ১০তম বিসিএস
গ.সা.গু. (Highest Common Factor)	১১তম বিসিএস
ল.সা.গু. এবং গ.সা.গু. এর মধ্যে সম্পর্ক	৩৪, ৩৩ ও ২০তম বিসিএস
ভগ্নাংশের ল.সা.গু. ও গ.সা.গু.	-
বিবিধ	৩৮, ১৮, ১১ ও ১০তম বিসিএস

বাস্তব সংখ্যার একটি বৈশিষ্ট্য হলো এদের ল.সা.গু. ও গ.সা.গু. নির্ণয় করা যায়। তবে একাধিক সংখ্যার জন্যই কেবল ল.সা.গু. ও গ.সা.গু. নির্ণয় করা সম্ভব। বিভিন্ন ক্ষেত্রে ল.সা.গু. ও গ.সা.গু. এর ব্যবহার দেখা যায়। ভগ্নাংশের যোগ-বিয়োগের ক্ষেত্রে পূর্ণ সংখ্যার ল.সা.গু. নির্ণয়ের প্রয়োজন হয়। সমতুল ভগ্নাংশগুলোকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করার জন্য গ.সা.গু. এর প্রয়োজন হয়। ল.সা.গু. ও গ.সা.গু. এর মধ্যে সম্পর্কের সূত্র কাজে লাগিয়ে এগুলোর মধ্যে একটি জানা থাকলে অন্যটি বের করা সম্ভব।

প্রাথমিক ধারণা:

গুণনীয়ক/উৎপাদক : যে সকল সংখ্যা দ্বারা কোনো সংখ্যাকে ভাগ করলে কোনো ভাগশেষ অবশিষ্ট থাকে না, সেগুলোকে ঐ সংখ্যার গুণনীয়ক/উৎপাদক বলে। একটি নির্দিষ্ট সংখ্যার গুণনীয়কের সংখ্যা নির্দিষ্ট।

যেমন: ১২ সংখ্যাটি ১, ২, ৩, ৪, ৬ এবং ১২ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য।

সুতরাং, ১২ এর গুণনীয়ক গুলো হলো ১, ২, ৩, ৪, ৬ এবং ১২

- **মৌলিক গুণনীয়ক/উৎপাদক :** প্রত্যেকটি যৌগিক সংখ্যাকে কতগুলো মৌলিক সংখ্যার গুণফল রূপে প্রকাশ করা যায়, ঐ মৌলিক সংখ্যাগুলোকে যৌগিক সংখ্যাটির মৌলিক গুণনীয়ক/উৎপাদক বলে।

  যেমন: ১২ = ২ × ২ × ৩

  এখানে, ২, ২ ও ৩ সংখ্যাগুলো ১২ এর মৌলিক গুণনীয়ক/উৎপাদক।

- **সাধারণ গুণনীয়ক :** দুই বা তার বেশি সংখ্যার যেসব গুণনীয়ক বা উৎপাদকগুলো একই থাকবে তারাই হচ্ছে সাধারণ গুণনীয়ক অর্থাৎ যে সংখ্যা দুই বা ততোধিক সংখ্যার গুণনীয়ক বা উৎপাদক তাকে উক্ত সংখ্যাগুলোর সাধারণ গুণনীয়ক বলে।

  যেমন : ২০, ৩০ ও ১০০ এর গুণনীয়কগুলো থেকে পাই,

  ২০ = ১, ২, ৪, ৫, ১০, ২০

  ৩০ = ১, ২, ৩, ৫, ৬, ১০, ১৫, ৩০

  ১০০ = ১, ২, ৪, ৫, ১০, ২০, ২৫, ৫০, ১০০

  এখানে, ২০, ৩০, ১০০ এর সাধারণ উৎপাদকগুলো হলো ১, ২, ৫, ১০ এই চারটি।

- **গুণিতক :** কোনো সংখ্যাকে পূর্ণ সংখ্যা দিয়ে গুণ করলে যে সংখ্যাগুলো পাওয়া যায়, তাকে ওই সংখ্যার গুণিতক বলে। যেমন: ৩ এর গুণিতকগুলো হলো ৩, ৬, ৯, ১২, ১৫ ...... প্রভৃতি।

  সহজভাবে আমরা বলতে পারি, গুণিতক হলো পূর্ণসংখ্যার নামতা।

  উদাহরণস্বরূপ: ৬ এর গুণিতকগুলো হচ্ছে: ৬ × ১ = ৬, ৬ × ২ = ১২, ৬ × ৩ = ১৮, ৬ × ৪ = ২৪ ......প্রভৃতি।

  ∴ ৬ এর গুণিতকসমূহ ৬, ১২, ১৮, ২৪......প্রভৃতি।

- **সাধারণ গুণিতক :** দুই বা ততোধিক সংখ্যার গুণিতকগুলোর মধ্যে যে গুণিতকগুলোর মিল পাওয়া যাবে তাদেরকে সাধারণ গুণিতক বলে।

  যেমন : ৪ এর গুণিতকগুলো হলো = ৪, ৮, ১২, ১৬, ২০, ২৪ প্রভৃতি।

  আবার, ৮ এর গুণিতকগুলো হলো = ৮, ১৬, ২৪, ৩২ প্রভৃতি।

  এখানে, ৪ ও ৮ এর সাধারণ গুণিতকগুলো হলো = ৮, ১৬, ২৪।

- **প্রকৃত উৎপাদক :** সাধারণত প্রতিটি সংখ্যা ১ এবং ওই সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য। কিন্তু ওই সংখ্যাটি ১ এবং ওই সংখ্যা ছাড়া অন্য যে কোনো সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য হলে ওই সংখ্যাগুলোকে প্রকৃত উৎপাদক বলে।

  যেমন : ১২ এর উৎপাদকগুলো হলো ১, ২, ৩, ৪, ৬ এবং ১২

  সুতরাং, ১২ এর প্রকৃত উৎপাদকগুলো হলো ২, ৩, ৪, ৬।

- **মৌলিক সংখ্যা :** যে সংখ্যার কোন প্রকৃত উৎপাদক নেই তাকে মৌলিক সংখ্যা বলা হয়। যেমন : ৩, ১৭। যে সকল সংখ্যার শুধুমাত্র দুটি উৎপাদক থাকবে অর্থাৎ দুটি উৎপাদকের বেশিও না আবার কমও না সে সকল সংখ্যাকে মৌলিক সংখ্যা বলে।
  যেমন : ৩ এর উৎপাদক ১, ৩
  ১৭ এর উৎপাদক ১, ১৭
  সুতরাং, ৩ ও ১৭ সংখ্যা দুইটিই মৌলিক সংখ্যা।

বি. দ্র. : ১ এর যদিও কোনো প্রকৃত উৎপাদক নেই তবু ১ কে মৌলিক সংখ্যা বলা হয় না। কারণ সংজ্ঞা অনুসারে দেখতে পাই, মৌলিক সংখ্যার দুটি উৎপাদক থাকবে, একটি ১ এবং অপরটি ঐ সংখ্যাটি নিজে। দুইয়ের অধিক উৎপাদক থাকলে যেমন সংখ্যাটি মৌলিক সংখ্যা হবে না তেমন দুটির কম উৎপাদক থাকলেও সংখ্যাটি মৌলিক সংখ্যা হবে না। ১-এর একটি মাত্র উৎপাদক, ১ নিজেই। এখন ১ সংখ্যাটিকে যদি মৌলিক ধরে নেওয়া হয় তাহলে মৌলিক সংখ্যা সংক্রান্ত সংজ্ঞাটির কোনো ভিত্তি থাকে না। অতএব নিয়মানুসারে ১ মৌলিক সংখ্যা হতে পারে না।

যেমন: আমরা জানি, ৭ একটি মৌলিক সংখ্যা। কারণ ৭-এর কেবলমাত্র দুটি গুণনীয়ক আছে। একটি ১ এবং অপরটি ৭ অর্থাৎ সংখ্যাটি নিজে (৭ = ১ × ৭)। এখানে লক্ষণীয় যে উৎপাদক দুটি পৃথক। এখন ১-এর ক্ষেত্রে ১ = ১ × ১

এখানে দুটি গুণনীয়কই এক, পৃথক নয়। তাই ১-এর উৎপাদক একটিই ধরা হয়।

আবার, লক্ষ করি ৭-এর ক্ষেত্রে–

৭ = ১ × ৭ কিংবা ৭ = ১ × ১ × ৭

অথবা ৭ = ১ × ১ × ১ × ৭

১-এর ক্ষেত্রেও অনুরূপ বৈশিষ্ট্য দেখা যায়। যেমন-

১ = ১ × ১ × ১ × ১.........

এখানে দেখা যাচ্ছে, ৭ ও ১-এর উৎপাদক অনির্দিষ্ট। অর্থাৎ সমীকরণকে ইচ্ছেমতো বাড়ানো যায়।

সুতরাং, ১ সংখ্যাটিকে যদি মৌলিক সংখ্যা ধরে নেওয়া হয় তাহলে গণিতের মৌলিক স্বীকার্যগুলির কোনো ভিত্তি থাকে না। তাই ১ কে মৌলিক সংখ্যা ধরা হয় না।

- **সহমৌলিক সংখ্যা:** সহমৌলিক সংখ্যা হলো এমন দুটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা যাদের মধ্যে ১ ব্যতিত অন্য কোন সাধারণ উৎপাদক নেই। যেমন: ৯ ও ১০ দুটি সংখ্যা।
  ৯ = ১ × ৩ × ৩ এবং ১০ = ১ × ২ × ৫
  এ দুটি সংখ্যার মধ্যে ১ ছাড়া ভিন্ন কোন সাধারণ উৎপাদক নেই। সুতরাং, ৯ ও ১০ পরস্পর সহমৌলিক সংখ্যা।
  এভাবে অসংখ্য সংখ্যা লেখা যায়, ৩, ৫; ৭, ৯; ১০, ১৩; ১৫, ১৭; ১৯, ২৩; ইত্যাদি যারা সহমৌলিক।

- **ল.সা.গু. (লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক):** যে কোনো সংখ্যার অসংখ্য গুণিতক থাকে। এর মধ্যে আবার কিছু সাধারণ গুণিতক থাকে। যেমন: ৪ ও ৬ এর গুণিতক গুলো ভালো করে দেখলে দেখা যায় যে, উভয় সংখ্যার গুণিতক গুলোর মধ্যে কতগুলি সাধারণ সংখ্যা আছে। যেমন: ১২, ২৪, ৩৬ ইত্যাদি সংখ্যা গুলোকে ৪ ও ৬ এর সাধারণ গুণিতক বলা হয় ৪×৩ = ১২, ৪×৬ = ২৪, ৪×৯ = ৩৬ এবং ৬×২ = ১২, ৬×৪ = ২৪, ৬×৬ = ৩৬। এরকম সাধারণ গুণিতক এর সংখ্যা অসংখ্য। এই সাধারণ গুণিতক গুলোর মধ্যে ১২ হলো সবচেয়ে ছোট, তাই ১২ কে বলা হয় ৪ ও ৬ এর লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক বা ল.সা.গু.।

- **গ.সা.গু. (গরিষ্ঠ সাধারণ গুননীয়ক):** দুটি সংখ্যার একই গুননীয়ক থাকলে ওই গুননীয়কটিকে সংখ্যা দুটির সাধারণ গুননীয়ক বলে। যেমন: ১৮ এর গুননীয়ক হলো ১, ২, ৩, ৬, ৯ ও ১৮ এবং ৩০ এর গুননীয়ক হলো ১, ২, ৩, ৫, ৬, ১০, ১৫ ও ৩০।
  এই গুননীয়ক গুলির মধ্যে সাধারণ গুননীয়ক গুলো হলো ১, ২, ৩ ও ৬ আর এই সাধারণ গুননীয়ক গুলোর মধ্যে সবচেয়ে বড় সংখ্যাটি হলো ৬।
  সুতরাং ১৮ ও ৩০ এর মধ্যে সবচেয়ে বড় বা গরিষ্ঠ সাধারণ গুননীয়ক (গ.সা.গু.) হলো ৬।

Type 01 — ল.সা.গু. (Least Common Multiple)

একাধিক সংখ্যার ল.সা.গু. নির্ণয়ের পদ্ধতি:

উদাহরণ: ৮, ১২, ৩০ এই তিনটি সংখ্যার ল.সা.গু. নির্ণয় করা হলো:

(i) গুণিতক ব্যবহার করে:

৮ এর গুণিতকগুলো হলো: ৮, ১৬, ২৪, ৩২, ৪০, ৪৮, ৫৬, ৬৪, ৭২, ৮০, ৮৮, ৯৬, ১০৪, ১১২, <u>১২০</u>, ১২৮, ১৩৬,.....

১২ এর গুণিতকগুলো হলো: ১২, ২৪, ৩৬, ৪৮, ৬০, ৭২, ৮৪, ৯৬, ১০৮, <u>১২০</u>, ১৩২, ১৪৪, ১৫৬, ১৬৮, ১৮০,..........

৩০ এর গুণিতকগুলো হলো: ৩০, ৬০, ৯০, <u>১২০</u>, ১৫০, ১৮০, ২১০, ২৪০,.......

∴ ৮, ১২ ও ৩০ এর গুণিতকগুলোর মধ্যে ক্ষুদ্রতম সাধারণ সংখ্যা হলো ১২০।

∴ ৮, ১২ ও ৩০ এর ল.সা.গু. = ১২০

(ii) মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ করে:

৮ = ২ × ২ × ২

১২ = ২ × ২ × ৩

৩০ = ২ × ৩ × ৫

প্রত্যেক সংখ্যার মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণে সর্বোচ্চ সংখ্যক ২ আছে ৩টি, ৩ আছে ১টি ও ৫ আছে ১টি।

∴ ৮, ১২ ও ৩০ এর ল.সা.গু. = ২ × ২ × ২ × ৩ × ৫
= ১২০

(iii) ইউক্লিডীয় পদ্ধতিতে:

২|৮, ১২, ৩০
২|৪, ৬, ১৫
৩|২, ৩, ১৫
২, ১, ৫

∴ ৮, ১২ ও ৩০ এর ল.সা.গু. = ২ × ২ × ৩ × ২ × ৫
= ১২০

Case-01 | বীজগণিতীয় রাশির ল.সা.গু. নির্ণয়

বিগত BCS লিখিত পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। **$P = 3x^2 - 16x - 12, Q = 3x^2 + 5x + 2$ এবং $R = 3x^2 - x - 2$ তিনটি বীজগাণিতীয় রাশি। রাশি তিনটির ল.সা.গু. নির্ণয় করুন।** [৪৬তম বিসিএস]

সমাধান : এখানে, $P = 3x^2 - 16x - 12$
$= 3x^2 - 18x + 2x - 12$
$= 3x(x - 6) + 2(x - 6)$
$= (x - 6)(3x + 2)$
$\therefore Q = 3x^2 + 5x + 2$
$= 3x^2 + 3x + 2x + 2$
$= 3x(x + 1) + 2(x + 1)$
$= (x + 1)(3x + 2)$
এবং $R = 3x^2 - x - 2$
$= 3x^2 - 3x + 2x - 2$
$= 3x(x - 1) + 2(x - 1)$
$= (x - 1)(3x + 2)$
∴ নির্ণেয় ল.সা.গু. $= (x - 6)(3x + 2)(x + 1)(x - 1)$
$= (3x^2 - 16x - 12)(x^2 - 1)$
$= (x^2 - 1)(3x^2 - 16x - 12)$
(উত্তর)

নমুনা প্রশ্ন ও সমাধান

০১। **$a^2 - b^2, (a + b)^3$ ও $a^2 + 2ab + b^2$ রাশিগুলোর ল.সা.গু. নির্ণয় করুন।**

সমাধান : ১ম রাশি $= a^2 - b^2$
$= (a + b)(a - b)$
২য় রাশি $= (a + b)^3$
$= (a + b)(a + b)(a + b)$
৩য় রাশি $= a^2 + 2ab + b^2$
$= (a + b)^2$
প্রদত্ত রাশিগুলোর সম্ভাব্য সর্বোচ্চ ঘাতবিশিষ্ট উৎপাদকগুলো $(a - b)$ ও $(a + b)^3$
∴ নির্ণেয় ল.সা.গু. $= (a - b)\ (a + b)^3$ (উত্তর)

০২। **$2x^2y + 4xy^2, 4x^3y - 16xy^3$ এবং $5x^2y^2(x^2 + 4xy + 4y^2)$ রাশিগুলোর ল.সা.গু. নির্ণয় করুন।**

সমাধান : ১ম রাশি $= 2x^2y + 4xy^2$
$= 2xy(x + 2y)$
২য় রাশি $= 4x^3y - 16xy^3$
$= 4xy(x^2 - 4y^2)$
$= 4xy(x + 2y)(x - 2y)$
৩য় রাশি $= 5x^2y^2(x^2 + 4xy + 4y^2)$
$= 5x^2y^2(x + 2y)^2$
সাংখ্যিক সহগ 2, 4 ও 5 এর ল.সা.গু. 20
প্রদত্ত রাশিগুলোর সম্ভাব্য সর্বোচ্চ ঘাতবিশিষ্ট উৎপাদকগুলো $x^2, y^2, (x + 2y)^2, (x - 2y)$
∴ নির্ণেয় ল.সা.গু. $= 20x^2y^2(x - 2y)(x + 2y)^2$

০৩। **$x^2 - 4$, $x^2 + 4x + 4$ এবং $x^3 - 8$ রাশিগুলোর ল.সা.গু. নির্ণয় করুন।**

সমাধান : ১ম রাশি $= x^2 - 4$
$= (x)^2 - (2)^2$
$= (x + 2)\ (x - 2)$
২য় রাশি $= x^2 + 4x + 4$
$= x^2 + 2.x.2 + 2^2$
$= (x + 2)^2$
$= (x + 2)(x + 2)$
৩য় রাশি $= x^3 - 8$
$= (x)^3 - (2)^3$
$= (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$
এখানে, ১ম, ২য় ও ৩য় রাশিতে $(x + 2), (x - 2)$ ও $(x^2 + 2x + 4)$ এর সর্বোচ্চ শক্তি যথাক্রমে 2,1 এবং 1
∴ নির্ণেয় ল.সা.গু. $= (x + 2)^2(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$
$= (x + 2)^2(x^3 - 8)$ (উত্তর)

০৪। **$a^3 + b^3, (a + b)^3, (a^2 - b^2)^2$ এবং $(a^2 - ab + b^2)^2$ রাশিগুলোর ল.সা.গু. নির্ণয় করুন।**

সমাধান : ১ম রাশি $= a^3 + b^3$
$= (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
২য় রাশি $= (a + b)^3$
$= (a + b)(a + b)(a + b)$
৩য় রাশি $= (a^2 - b^2)^2$
$= (a^2 - b^2)(a^2 - b^2)$
$= (a + b)(a - b)(a + b)(a - b)$
$= (a + b)(a + b)(a - b)(a - b)$
৪র্থ রাশি $= (a^2 - ab + b^2)^2$
$= (a^2 - ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$
এখানে,
১ম, ২য়, ৩য় ও ৪র্থ রাশিতে $(a + b), (a - b)$ ও $(a^2 - ab + b^2)$ এর সর্বোচ্চ শক্তি যথাক্রমে 3, 2 এবং 2
∴ নির্ণেয় ল.সা.গু. $= (a + b)(a + b)(a + b)(a - b)(a - b)(a^2 - ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$
$= (a - b)^2(a + b)^3(a^2 - ab + b^2)^2$ (উত্তর)

Case-02 | ল.সা.গু.'র সাহায্যে সংখ্যা নির্ণয় সম্পর্কিত

নমুনা প্রশ্ন ও সমাধান

০১। **দুইটি সংখ্যার অনুপাত 3 : 4 এবং তাদের ল.সা.গু. 180। সংখ্যা দুটি কত?**

সমাধান : ধরি, একটি সংখ্যা 3x ও অপরটি 4x

∴ তাদের ল.সা.গু. = 3 × 4 × x = 12x

প্রশ্নমতে, 12x = 180

$\Rightarrow x = \frac{180}{12}$

∴ x = 15

∴ প্রথম সংখ্যাটি (3 × 15) = 45

ও অপর সংখ্যাটি (4 × 15) = 60

উত্তর : নির্ণেয় সংখ্যা দুটি 45 ও 60

০২। **দুইটি সংখ্যার যোগফল ৫৬ ও ল. সা. গু. ৯৬। সংখ্যা দুইটি নির্ণয় করুন।**

সমাধান : নির্ণেয় সংখ্যা দুইটির যে কোনো সাধারণ উৎপাদক তাদের যোগফল ও ল. সা. গু.'র-ও সাধারণ উৎপাদক। অতএব, সংখ্যা দুইটির গ. সা. গু., তাদের যোগফল ৫৬ ও ল. সা. গু. ৯৬ -এর গ.সা.গু.'র সমান।

```
৫৬) ৯৬ (১
    ৫৬
    ৪০) ৫৬ (১
        ৪০
        ১৬) ৪০ (২
            ৩২
             ৮) ১৬ (২
                ১৬
                 ০
```

এখানে, ৫৬ ও ৯৬ এর গ. সা. গু. = ৮।

ধরি, সংখ্যাদ্বয় ৮x ও ৮y। এদের ল. সা. গু. ৮xy।

অতএব, ৮xy = ৯৬

অর্থাৎ, xy = ১২ = ১ × ১২ = ৩ × ৪

x ও y সহমৌলিক হলে x = ১, y = ১২

কিংবা x = ৩, y = ৪ হবে,

কিন্তু ৮x + ৮y = ৫৬ [দেওয়া আছে]

$\Rightarrow x + y = \frac{৫৬}{৮} = ৭$

সুতরাং x = ৩, y = ৪ একমাত্র গ্রহণযোগ্য মান।

অতএব, নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি (৮ × ৩) = ২৪

এবং (৮ × ৪) = ৩২

উত্তর : ২৪ ও ৩২

০৩। **দুইটি সংখ্যার ল. সা. গু. ৬০। একটি সংখ্যা ৩০ হলে অপর সংখ্যা কী কী হতে পারে?**

সমাধান : মনে করি, সংখ্যা দুইটির গ. সা. গু. = a

এবং সংখ্যাদ্বয় ax, ay (এখানে, x ও y সহমৌলিক)

∴ সংখ্যাদ্বয়ের ল.সা.গু. = axy

যেহেতু একটি সংখ্যা ৩০

∴ ax অথবা ay = ৩০

শর্তমতে, axy = ৬০

⇒ ৩০x = ৬০ [এখানে, ay = ৩০ নিয়ে]

$\Rightarrow x = \frac{৬০}{৩০}$

∴ x = ২, একটি সহমৌলিক ২ হলে অপর সহমৌলিক y জোড় হতে পারে না।

এখন, ৩০ = ২ × ৩ × ৫ = ৫ × ৬ = ২×১৫

তাহলে, ৩০ এর বিজোড় উৎপাদক গুলো হলো ১, ৩, ৫ ও ১৫

এখন, y = ৩ হলে, ay = ৩০

⇒ a × ৩ = ৩০ [∵ y = ৩]

∴ a = ১০

∴ অপর সংখ্যাটি, ax = ১০ × ২ = ২০ [∵ x = ২]

আবার, y = ৫ হলে, ay = ৩০

⇒ ৫a = ৩০

∴ a = ৬

∴ অপর সংখ্যাটি, ax = ৬ × ২ = ১২

আবার, y = ১৫ হলে, ay = ৩০

⇒ a × ১৫ = ৩০

∴ a = ২

∴ অপর সংখ্যাটি, ax = ২ × ২ = ৪

y = ১ হলে, ay = ৩০

∴ a = ৩০

∴ অপর সংখ্যাটি, ৩০ × ২ = ৬০

সুতরাং, অপর সংখ্যাটি ৪ অথবা ১২ অথবা ২০ অথবা ৬০ হতে পারে। (উত্তর)

Case-03 | বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যা সম্পর্কিত

বিগত BCS লিখিত পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। **ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি নির্ণয় করুন যাহা ১৩ দ্বারা বিভাজ্য কিন্তু ৪, ৫, ৬ ও ৯ দ্বারা ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে ১ অবশিষ্ট থাকে। [২৯তম বিসিএস]**

সমাধান :

```
২ | ৪, ৫, ৬, ৯
৩ | ২, ৫, ৩, ৯
    ২, ৫, ১, ৩
```

৪, ৫, ৬, ৯ এর ল.সা.গু. = ২ × ৩ × ২ × ৫ × ৩ = ১৮০

সুতরাং, (১৮০k + ১) আকারের ১৩ দ্বারা বিভাজ্য ক্ষুদ্রতম সংখ্যাই নির্ণেয় সংখ্যা। যেখানে, k = ১,২,৩,৪..

এখন, ১৮০ × ১ + ১ = ১৮১ যা ১৩ দ্বারা বিভাজ্য নয়

১৮০ × ২ + ১ = ৩৬১ যা ১৩ দ্বারা বিভাজ্য নয়

১৮০ × ৩ + ১ = ৫৪১ যা ১৩ দ্বারা বিভাজ্য নয়

১৮০ × ৪ + ১ = ৭২১ যা ১৩ দ্বারা বিভাজ্য নয়

১৮০ × ৫ + ১ = ৯০১ যা ১৩ দ্বারা বিভাজ্য নয়

১৮০ × ৬ + ১ = ১০৮১ যা ১৩ দ্বারা বিভাজ্য নয়

১৮০ × ৭ + ১ = ১২৬১ যা ১৩ দ্বারা বিভাজ্য

উত্তর : ১২৬১

০২। **ছয় অঙ্কের ক্ষুদ্রতম সংখ্যা নির্ণয় করুন যাকে ৫, ৭, ১২, ১৫ দ্বারা ভাগ করলে অবশিষ্ট যথাক্রমে ২, ৪, ৯, ১২ থাকবে।** **[২৫তম বিসিএস]**

সমাধান : ৫ − ২ = ৩

৭ − ৪ = ৩

১২ − ৯ = ৩

১৫ − ১২ = ৩

প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর সাধারণ অবশিষ্ট ৩

এখন,

৫ | ৫, ৭, ১২, ১৫
৩ | ১, ৭, ১২, ৩
১, ৭, ৪, ১

৫, ৭, ১২, ১৫ –এর ল.সা.গু. = ৫ × ৩ × ৭ × ৪
= ৪২০

ছয় অঙ্কের ক্ষুদ্রতম সংখ্যা = ১০০০০০

৪২০)১০০০০০(২৩৮
৮৪০
১৬০০
১২৬০
৩৪০০
৩৩৬০
৪০

৪২০ − ৪০ = ৩৮০

∴ নির্ণেয় সংখ্যা = (১০০০০০ + ৩৮০) − ৩
= ১০০৩৭৭ (উত্তর)

০৩। **পাঁচ অঙ্কের বৃহত্তম সংখ্যার সঙ্গে কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যোগ করলে যোগফল ৬, ৮, ১০ ও ১৪ দ্বারা বিভাজ্য হবে?** **[১০তম বিসিএস]**

সমাধান : ২ | ৬, ৮, ১০, ১৪
৩, ৪, ৫, ৭

৬, ৮, ১০ ও ১৪ এর ল.সা.গু. = ২ × ৩ × ৪ × ৫ × ৭
= ৮৪০

আমরা জানি, পাঁচ অঙ্কের বৃহত্তম সংখ্যা = ৯৯৯৯৯

৮৪০)৯৯৯৯৯(১১৯
৮৪০
১৫৯৯
৮৪০
৭৫৯৯
৭৫৬০
৩৯

∴ ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যোগ করতে হবে = (৮৪০ − ৩৯) = ৮০১

উত্তর : পাঁচ অঙ্কের বৃহত্তম সংখ্যার সাথে ৮০১ যোগ করতে হবে।

নমুনা প্রশ্ন ও সমাধান

০১। **কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যার সাথে ৫ যোগ করলে যোগফল ১৬, ২৪ ও ৩২ দিয়ে নিঃশেষে বিভাজ্য হবে?**

সমাধান : নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি হবে ১৬, ২৪ ও ৩২ এর ল.সা.গু. থেকে ৫ কম।

২ | ১৬, ২৪, ৩২
২ | ৮, ১২, ১৬
২ | ৪, ৬, ৮
২ | ২, ৩, ৪
১, ৩, ২

∴ ১৬, ২৪ ও ৩২ এর ল.সা.গু. = ২×২×২×২×৩×২
= ৯৬

∴ নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি (৯৬−৫) = ৯১ (উত্তর)

০২। **ছয় অঙ্কের ক্ষুদ্রতম সংখ্যার সাথে কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যোগ করলে যোগফল ২, ৪, ৬, ৮, ১০ ও ১২ দ্বারা বিভাজ্য হবে?**

সমাধান : ২, ৪, ৬, ৮, ১০ ও ১২ এর ল. সা. গু.

২ | ২, ৪, ৬, ৮, ১০, ১২
২ | ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬
৩ | ১, ১, ৩, ২, ৫, ৩
১, ১, ১, ২, ৫, ১

∴ ল. সা. গু. = ২ × ২ × ৩ × ২ × ৫ = ১২০

ছয় অঙ্কের ক্ষুদ্রতম সংখ্যা = ১০০০০০

১২০)১০০০০০(৮৩৩
৯৬০
৪০০
৩৬০
৪০০
৩৬০
৪০

∴ নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যা (১২০ − ৪০) = ৮০ (উত্তর)

০৩। **কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে ২, ৩, ৪, ৫, ৬ দিয়ে ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে ১ অবশিষ্ট থাকে, কিন্তু ৭ দিয়ে ভাগ করলে কোন অবশিষ্ট থাকে না?**

সমাধান :

২ | ২, ৩, ৪, ৫, ৬
৩ | ১, ৩, ২, ৫, ৩
১, ১, ২, ৫, ১

২, ৩, ৪, ৫, ৬ এর ল.সা.গু. ২ × ৩ × ২ × ৫ = ৬০

সুতরাং (৬০k + ১) আকারের ৭ দ্বারা বিভাজ্য ক্ষুদ্রতম সংখ্যাই নির্ণেয় সংখ্যা।

এখন, ৬০ × ১ + ১ = ৬১ যা ৭ দ্বারা বিভাজ্য নয়

৬০ × ২ + ১ = ১২১ যা ৭ দ্বারা বিভাজ্য নয়

৬০ × ৩ + ১ = ১৮১ যা ৭ দ্বারা বিভাজ্য নয়

৬০ × ৪ + ১ = ২৪১ যা ৭ দ্বারা বিভাজ্য নয়

৬০ × ৫ + ১ = ৩০১ যা ৭ দ্বারা বিভাজ্য হবে।

∴ নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যা ৩০১ (উত্তর)

০৪। **১৩ দ্বারা বিভাজ্য কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে ৩, ৪, ৫, ৬ এবং ৭ দ্বারা ভাগ করলে যথাক্রমে ১, ২, ৩, ৪ এবং ৫ অবশিষ্ট থাকে?**

সমাধান : প্রতিটি ভাজক থেকে অবশিষ্ট বিয়োগ করে পাই,

৩ − ১ = ২, ৪ − ২ = ২, ৫ − ৩ = ২

৬ − ৪ = ২, ৭ − ৫ = ২

প্রতিক্ষেত্রেই পার্থক্য = ২

৩, ৪, ৫, ৬ ও ৭ এর ল.সা.গু.

২ | ৩, ৪, ৫, ৬, ৭
৩ | ৩, ২, ৫, ৩, ৭
   ১, ২, ৫, ১, ৭

∴ নির্ণেয় ল.সা.গু. = ২ × ৩ × ২ × ৫ × ৭ = ৪২০

সুতরাং (৪২০k −২) আকারের ১৩ দ্বারা বিভাজ্য ক্ষুদ্রতম সংখ্যাই নির্ণেয় সংখ্যা।

এখন,

k এর মান ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮ ইত্যাদি বসিয়ে পাই,

তাহলে,

(৪২০ × ১) − ২ = ৪১৮, যা ১৩ দ্বারা বিভাজ্য নয়

(৪২০ × ২) − ২ = ৮৩৮, যা ১৩ দ্বারা বিভাজ্য নয়

(৪২০ × ৩) − ২ = ১২৫৮, যা ১৩ দ্বারা বিভাজ্য নয়

(৪২০ × ৪) − ২ = ১৬৭৮, যা ১৩ দ্বারা বিভাজ্য নয়

(৪২০ × ৫) − ২ = ২০৯৮, যা ১৩ দ্বারা বিভাজ্য নয়

(৪২০ × ৬) − ২ = ২৫১৮, যা ১৩ দ্বারা বিভাজ্য নয়

(৪২০ × ৭) − ২ = ২৯৩৮, যা ১৩ দ্বারা বিভাজ্য

∴ নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি ২৯৩৮। **(উত্তর)**

০৫। **৯৯৯৯৯৯ এর সঙ্গে কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যোগ করলে যোগফল এবং কোন বৃহত্তম সংখ্যা বিয়োগ করলে বিয়োগফল ২, ৩, ৪, ৫ এবং ৬ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হবে?**

সমাধান : কোনো সংখ্যা ২, ৩, ৪, ৫ এবং ৬ দ্বারা বিভাজ্য হবে যদি তাদের ল.সা.গু. দ্বারা সংখ্যাটি বিভাজ্য হয়।

এখানে ২, ৩, ৪, ৫, ৬ এর ল.সা.গু.

২ | ২, ৩, ৪, ৫, ৬
২ | ১, ৩, ২, ৫, ৩
   ১, ১, ২, ৫, ১

সুতরাং, ল.সা.গু. = ২ × ৩ × ২ × ৫ = ৬০

৬০)৯৯৯৯৯৯(১৬৬৬৬
   ৬০
   ৩৯৯
   ৩৬০
    ৩৯৯
    ৩৬০
     ৩৯৯
     ৩৬০
      ৩৯৯
      ৩৬০
       ৩৯

সুতরাং, ৯৯৯৯৯৯ এর সঙ্গে কমপক্ষে (৬০ − ৩৯) = ২১ যোগ করলে যোগফল ৬০ দ্বারা বিভাজ্য হবে।

আবার, ৯৯৯৯৯৯ − ৬০ = ৯৯৯৯৩৯

সুতরাং, ৯৯৯৯৯৯ হতে সর্বাধিক ৯৯৯৯৩৯ বিয়োগ করলে বিয়োগফল ৬০ দ্বারা বিভাজ্য হবে।

অতএব, নির্ণেয় সংখ্যাদ্বয় যথাক্রমে ২১ ও ৯৯৯৯৩৯

(উত্তর)

০৬। **পাঁচ অঙ্কের কোন বৃহত্তম সংখ্যাকে ১৬, ২৪, ৩০ ও ৩৬ দিয়ে ভাগ করলে প্রত্যেকবার ভাগশেষ ১০ হবে?**

সমাধান : প্রদত্ত ভাজক ১৬, ২৪, ৩০, ৩৬ এর ল. সা. গু. নির্ণয় করি।

২ | ১৬, ২৪, ৩০, ৩৬
২ | ৮, ১২, ১৫, ১৮
২ | ৪, ৬, ১৫, ৯
৩ | ২, ৩, ১৫, ৯
   ২, ১, ৫, ৩

∴ নির্ণেয় ল. সা.গু. = ২×২×২×৩×২×৫×৩ = ৭২০

আমরা জানি, পাঁচ অঙ্কের বৃহত্তম সংখ্যা = ৯৯৯৯৯

৭২০)৯৯৯৯৯(১৩৮
   ৭২০
   ২৭৯৯
   ২১৬০
    ৬৩৯৯
    ৫৭৬০
     ৬৩৯

উপরিউক্ত ভাগ প্রক্রিয়ায় দেখা যায় যে, ৯৯৯৯৯ সংখ্যাটি ৭২০ দ্বারা বিভাজ্য নয়। ৭২০ দিয়ে ভাগ করলে ৬৩৯ অবশিষ্ট থাকে। ভাজ্য ৯৯৯৯৯ থেকে ৬৩৯ কম হলে (৯৯৯৯৯ − ৬৩৯) = ৯৯৩৬০ প্রাপ্ত সংখ্যাটি ৭২০ দ্বারা বিভাজ্য হবে। ভাগশেষ ১০ হতে হবে, তাই প্রদত্ত সংখ্যা (৯৯৩৬০ + ১০) = ৯৯৩৭০ (উত্তর)

০৭। **৪০০ ও ৫০০ –এর মধ্যবর্তী কোন সংখ্যাকে ১২, ১৫ ও ২০ দ্বারা ভাগ করলে প্রতি ক্ষেত্রে ১০ অবশিষ্ট থাকে?**

সমাধান : ১২, ১৫ ও ২০ এর ল.সা.গু.–

২ | ১২, ১৫, ২০
২ | ৬, ১৫, ১০
৩ | ৩, ১৫, ৫
৫ | ১, ৫, ৫
   ১, ১, ১

∴ ল.সা.গু. = ২ × ২ × ৩ × ৫ = ৬০

এখন, ৬০ দ্বারা ৪০০ ও ৫০০ সংখ্যাদ্বয়কে ভাগ করে পাই,

৬০)৪০০(৬
   ৩৬০
    ৪০

৬০ − ৪০ = ২০

সুতরাং, ৪০০ –এর পরবর্তী ৬০ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা

= ৪০০ + ২০ = ৪২০

আবার, ৬০)৫০০(৮
৪৮০
২০

সুতরাং, ৫০০ এর পূর্ববর্তী ৬০ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা
= (৫০০ − ২০) = ৪৮০

অতএব, নির্ণেয় সংখ্যাদ্বয় (৪২০ + ১০) = ৪৩০
এবং (৪৮০ + ১০) = ৪৯০ (উত্তর)

Case−04 | ল.সা.গু.'র প্রয়োগ সম্পর্কিত

বিগত BCS লিখিত পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। কোন সৈন্য দলের সৈন্যকে ৮, ১০ বা ১২ সারিতে এবং বর্গাকারেও সাজানো যায় সেই সৈন্যদলের ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি নির্ণয় করুন যা চার অঙ্কবিশিষ্ট।

[১৫তম বিসিএস]

সমাধান : ৮, ১০, ১২ এর ল. সা. গু.

২|৮, ১০, ১২
২|৪, ৫, ৬
২, ৫, ৩

∴ ল. সা. গু. = ২ × ২ × ২ × ৫ × ৩ = ১২০

সৈন্যদেরকে বর্গাকারে সাজাতে হলে তাদের মোট সংখ্যা অবশ্যই পূর্ণবর্গ হবে। কিন্তু ১২০ পূর্ণবর্গ নয় (কেননা কোনো সংখ্যার মৌলিক গুণনীয়ক জোড়ায় জোড়ায় থাকলে সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হয়), এমনকি চার অঙ্ক বিশিষ্টও নয়। কিন্তু ১২০ কে ৩০ (৩০ = ২ × ৫ × ৩) দ্বারা গুণ করলে এটা একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে যা চার অঙ্কবিশিষ্ট।

∴ নির্ণেয় সংখ্যাটি = ১২০ × ২ × ৫ × ৩ = ৩৬০০

উত্তর : ৩৬০০।

নমুনা প্রশ্ন ও সমাধান

০১। তিনজন মেয়ে একটি নির্দিষ্ট স্থান থেকে দৌড় শুরু করে একটি বৃত্তাকার পথ যথাক্রমে ২৪ সেকেন্ড, ৩৬ সেকেন্ড এবং ৪৮ সেকেন্ড এ একবার ঘুরে আসে। কতক্ষণ পরে তারা আবার একত্রে মিলিত হবে?

সমাধান : ২৪, ৩৬ ও ৪৮ এর ল. সা. গু.

২|২৪, ৩৬, ৪৮
২|১২, ১৮, ২৪
২|৬, ৯, ১২
৩|৩, ৯, ৬
১, ৩, ২

∴ ল. সা. গু. = ২ × ২ × ২ × ৩ × ৩ × ২ = ১৪৪

∴ নির্ণেয় সময় = ১৪৪ সেকেন্ড বা ২ মিনিট ২৪ সেকেন্ড

∴ ২ মিনিট ২৪ সেকেন্ড পর তারা পুনরায় মিলিত হবে (উত্তর)

০২। তিনটি ভিন্ন ভিন্ন রাস্তার জন্য ৩টি ট্রাফিক লাইট যথাক্রমে ৪৮ সেকেন্ড, ৭২ সেকেন্ড এবং ১০৮ সেকেন্ড পর পর পরিবর্তিত হয়। যদি তারা ৮:২০:০০ টায় একত্রে পরিবর্তিত হয় তাহলে এরপর কখন একত্রে পরিবর্তিত হবে?

সমাধান : ৪৮, ৭২ ও ১০৮ এর ল. সা. গু.

২|৪৮, ৭২, ১০৮
২|২৪, ৩৬, ৫৪
২|১২, ১৮, ২৭
৩|৬, ৯, ২৭
৩|২, ৩, ৯
২, ১, ৩

∴ ল. সা. গু. = ২ × ২ × ২ × ৩ × ৩ × ২ × ৩
= ৪৩২

সুতরাং লাইট গুলো ৪৩২ সেকেন্ড বা ৭ মিনিট ১২ সেকেন্ড পর পুনরায় একত্রে জ্বলবে।

তাহলে, (৮ : ২০ : ০০ + ৭ মিনিট ১২ সেকেন্ড)
= ৮ : ২৭ : ১২ টা

অর্থাৎ, ৮টা ২৭ মিনিট ১২ সেকেন্ডে পুনরায় একত্রে জ্বলবে। (উত্তর)

০৩। একটি সৈন্য দলকে ৬, ৭, ৮ সারিতে সাজানো যায় কিন্তু বর্গাকারে সাজানো যায় না। ঐ দলে কমপক্ষে কতজন সৈন্য যোগ দিলে সৈন্য দলকে বর্গাকারে সাজানো যাবে?

সমাধান :

২|৬, ৭, ৮
৩, ৭, ৪

∴ ৬, ৭ ও ৮ এর ল.সা.গু. = ২× ৩ × ৭ × ৪ = ১৬৮

এখানে, ১৬৮ পূর্ণবর্গ নয়।

∴ ১৬৮ এর সাথে একটি ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ হবে এবং তখন এর বর্গমূল হবে

$১৬৮ + ১ = ১৬৯ = ১৩ \times ১৩ = (১৩)^২$

∴ নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি (১৬৯ − ১৬৮) = ১

উত্তর : ঐ দলে কমপক্ষে ১ জন সৈন্য যোগ দিলে সৈন্য দলকে বর্গাকারে সাজানো যাবে।

০৪। কতগুলি চারাগাছ প্রতি সারিতে ৩, ৫, ৬, ৮, ১০ ও ১২টি করে লাগাতে গিয়ে দেখা গেল যে প্রতিবারে ২টি চারা বাকি থাকে কিন্তু প্রতি সারিতে ১৯টি করে লাগালে একটি চারাও অবশিষ্ট থাকে না। ন্যূনতম কতগুলো চারাগাছ ছিল?

সমাধান : ৩, ৫, ৬, ৮, ১০ ও ১২ এর ল.সা.গু.–

২|৩, ৫, ৬, ৮, ১০, ১২
২|৩, ৫, ৩, ৪, ৫, ৬
৩|৩, ৫, ৩, ২, ৫, ৩
৫|১, ৫, ১, ২, ৫, ১
১, ১, ১, ২, ১, ১

∴ নির্ণেয় ল.সা.গু. = ২ × ২ × ৩ × ৫ × ২ = ১২০

সংখ্যাটি (১২০k + ২) হবে যা ১৯ দ্বারা বিভাজ্য।
k-এর মান ১, ২, ৩, ৪, ... বসিয়ে পাই,
k = ১ হলে, (১২০ × ১ + ২) = ১২২,
যা ১৯ দ্বারা বিভাজ্য নয়।
k = ২ হলে, (১২০ × ২ + ২) = ২৪২,
যা ১৯ দ্বারা বিভাজ্য নয়।
k = ৩ হলে, (১২০ × ৩ + ২) = ৩৬২,
যা ১৯ দ্বারা বিভাজ্য নয়।
k = ৪ হলে, (১২০ × ৪ + ২) = ৪৮২,
যা ১৯ দ্বারা বিভাজ্য নয়।
k = ৫ হলে, (১২০ × ৫ + ২) = ৬০২,
যা ১৯ দ্বারা বিভাজ্য নয়।
k = ৬ হলে, (১২০ × ৬ + ২) = ৭২২,
যা ১৯ দ্বারা বিভাজ্য।
∴ নির্ণেয় চারাগাছের সংখ্যা ৭২২। (উত্তর)

০৫। **একজন মালীকে কয়েকটি সারিতে সমানসংখ্যক গাছ রোপণ করতে হবে। যদি সে প্রতিটি সারিতে ৬,৮,১০ অথবা ১২টি করে গাছ রোপণ করে তাহলে ৫ টি গাছ অবশিষ্ট থাকে। কিন্তু প্রতি সারিতে ১৩টি করে গাছ রোপণ করলে কোনো গাছ অবশিষ্ট থাকে না। মালী ন্যূনতম কতটি গাছ রোপণ করেছিল?**

সমাধান : ৬, ৮, ১০ ও ১২ এর ল.সা.গু.

```
২|৬, ৮, ১০, ১২
২|৩, ৪, ৫, ৬
৩|৩, ২, ৫, ৩,
  ১, ২, ৫, ১
```

∴ নির্ণেয় ল.সা.গু. = ২ × ২ × ৩ × ২ × ৫ = ১২০
∴ নির্ণেয় সংখ্যাটি (১২০ × k + ৫) হবে যা ১৩ দ্বারা বিভাজ্য।
k এর মান ১, ২, ৩, ৪,..... বসিয়ে পাই,
k = ১ হলে (১২০ × ১ + ৫) = ১২৫, যা ১৩ দ্বারা বিভাজ্য নয়।
k = ২ হলে (১২০ × ২ + ৫) = ২৪৫, যা ১৩ দ্বারা বিভাজ্য নয়।
k = ৩ হলে (১২০ × ৩ + ৫) = ৩৬৫, যা ১৩ দ্বারা বিভাজ্য নয়।
k = ৪ হলে (১২০ × ৪ + ৫) = ৪৮৫, যা ১৩ দ্বারা বিভাজ্য নয়।
k = ৫ হলে (১২০ × ৫ + ৫) = ৬০৫, যা ১৩ দ্বারা বিভাজ্য নয়।
k = ৬ হলে (১২০ × ৬ + ৫) = ৭২৫, যা ১৩ দ্বারা বিভাজ্য নয়
k = ৭ হলে (১২০ × ৭ + ৫) = ৮৪৫, যা ১৩ দ্বারা বিভাজ্য
∴ নির্ণেয় গাছের সংখ্যা = ৮৪৫ (উত্তর)

Type 02 — গ.সা.গু. (Highest Common Factor)

একাধিক সংখ্যার গ.সা.গু. হচ্ছে এমন বৃহত্তম সংখ্যা যে সংখ্যাটি দিয়ে ঐ সংখ্যাগুলোর প্রত্যেকটিকে ভাগ করলে নিঃশেষে বিভাজ্য হবে। যেমন: ১২, ১৮ ও ৩০ এর গ.সা.গু. হলো ৬।

একাধিক সংখ্যার গ.সা.গু. নির্ণয়ের পদ্ধতি:
উদাহরণস্বরূপ ১২, ১৮ ও ৩০ এর গ.সা.গু. নির্ণয় করা হলো:

১. গুণনীয়ক ব্যবহার করে:
১২ এর গুণনীয়কগুলো হলো: ১, ২, ৩, ৪, ৬, ১২
১৮ এর গুণনীয়কগুলো হলো: ১, ২, ৩, ৬, ৯, ১৮
৩০ এর গুণনীয়কগুলো হলো: ১, ২, ৩, ৫, ৬, ১০, ১৫, ৩০
এখানে, ১২, ১৮ ও ৩০ এর গুণনীয়কগুলোর মধ্যে বৃহত্তম সাধারণ সংখ্যাটি হলো ৬।
∴ ১২, ১৮ ও ৩০ এর গ.সা.গু. = ৬

২. মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ করে:
১২ = ২ × ২ × ৩, ১৮ = ২ × ৩ × ৩, ৩০ = ২ × ৩ × ৫
১২, ১৮ ও ৩০ এর মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণের প্রত্যেক সংখ্যায় ২ আছে ১টি করে এবং ৩ আছে ১টি করে।
∴ ১২, ১৮ ও ৩০ এর গ.সা.গু. = ২ × ৩ = ৬

৩. ইউক্লিডীয় পদ্ধতিতে বা ভাগ পদ্ধতিতে:
প্রথমে ১২ ও ১৮ এর গ.সা.গু. নির্ণয় করতে হবে।

```
১২)১৮(১
   ১২
   ---
    ৬)১২(২
      ১২
      ---
       ০
```

এখন ৬ ও ৩০ এর গ.সা.গু. নির্ণয় করতে হবে।

```
৬)৩০(৫
  ৩০
  ---
   ০
```

∴ ১২, ১৮ ও ৩০ এর গ.সা.গু. = ৬

Case-01 | বীজগণিতীয় রাশির গ.সা.গু. নির্ণয়

নমুনা প্রশ্ন ও সমাধান

০১। **$2(a^2 - b^2)$ এবং $(a^2 - 2ab + b^2)$ রাশিগুলোর গ.সা.গু. নির্ণয় করুন।**

সমাধান : ১ম রাশি $= 2(a^2 - b^2)$
$= 2(a + b)(a - b)$
২য় রাশি $= a^2 - 2ab + b^2$
$= (a - b)^2$
$= (a - b)(a - b)$
এখানে সাংখ্যিক সহগ 2 ও 1 এর গ.সা.গু. = 1
এবং সাধারণ মৌলিক উৎপাদক বা গুণনীয়ক $(a - b)$
∴ নির্ণেয় গ.সা.গু. $= 1\times (a - b) = (a - b)$ (উত্তর)

০২। **$x^2-4, 2x+4$ এবং x^2+5x+6 রাশিগুলোর গ.সা.গু. নির্ণয় করুন।**

সমাধান : ১ম রাশি $= x^2-4$

$= x^2-2^2$

$= (x+2)(x-2)$

২য় রাশি $= 2x+4$

$= 2(x+2)$

৩য় রাশি $= x^2+5x+6$

$= x^2+2x+3x+6$

$= x(x+2)+3(x+2)$

$= (x+2)(x+3)$

এখানে প্রদত্ত রাশিগুলোর সাংখ্যিক সহগ 1, 2 এবং 1 এর গ.সা.গু. = 1

এবং সাধারণ মৌলিক উৎপাদক বা গুণনীয়ক $(x+2)$

∴ নির্ণেয় গ.সা.গু. $= 1\times(x+2)$

$= (x+2)$ (উত্তর)

০৩। **$18(x+y)^3, 24(x+y)^2$ এবং $32(x^2-y^2)$ রাশিগুলোর গ.সা.গু. নির্ণয় করুন।**

সমাধান : ১ম রাশি $= 18(x+y)^3$

$= 2\times3\times3\times(x+y)(x+y)(x+y)$

২য় রাশি $= 24(x+y)^2$

$= 2\times2\times2\times3\times(x+y)(x+y)$

৩য় রাশি $= 32(x^2-y^2)$

$= 2\times2\times2\times2\times2\times(x+y)(x-y)$

এখানে, ১ম, ২য় ও ৩য় রাশিতে সর্বোচ্চ সাধারণ গুণনীয়ক হলো $= 2(x+y)$

∴ নির্ণেয় গ.সা.গু. $= 2(x+y)$ (উত্তর)

০৪। **a^3-3a^2-10a, a^3+6a^2+8a এবং $a^4-5a^3-14a^2$ রাশিগুলোর গ.সা.গু. নির্ণয় করুন।**

সমাধান : ১ম রাশি $= a^3-3a^2-10a$

$= a(a^2-3a-10)$

$= a(a^2-5a+2a-10)$

$= a\{a(a-5)+2(a-5)\}$

$= a(a-5)(a+2)$

২য় রাশি $= a^3+6a^2+8a = a(a^2+6a+8)$

$= a(a^2+4a+2a+8)$

$= a\{a(a+4)+2(a+4)\}$

$= a(a+4)(a+2)$

৩য় রাশি $= a^4-5a^3-14a^2$

$= a^2(a^2-5a-14)$

$= a^2(a^2-7a+2a-14)$

$= a^2\{a(a-7)+2(a-7)\}$

$= a^2(a-7)(a+2)$

এখানে, ১ম, ২য় ও ৩য় রাশিতে সর্বোচ্চ সাধারণ গুণনীয়ক হলো $= a(a+2)$

∴ নির্ণেয় গ.সা.গু. $= a(a+2)$ (উত্তর)

Case-02 | সংখ্যাযুগল/বৃহত্তম সংখ্যা নির্ণয় সম্পর্কিত

নমুনা প্রশ্ন ও সমাধান

০১। **দুইটি সংখ্যার যোগফল ২৫৬ এবং গ.সা.গু. ৩২। এরূপ সকল সংখ্যাযুগল নির্ণয় করুন।**

সমাধান : দেওয়া আছে,

সংখ্যা দুটির যোগফল ২৫৬ এবং গ.সা.গু. ৩২

ধরি, একটি সংখ্যা ৩২x

অপর সংখ্যা ৩২y

(এখানে x ও y সহমৌলিক)

প্রশ্নমতে, ৩২x + ৩২y = ২৫৬

⇒ ৩২ (x + y) = ২৫৬

⇒ x + y = $\frac{২৫৬}{৩২}$

∴ x + y = ৮

সহমৌলিকদ্বয়ের যোগফল ৮ এবং সংখ্যাদ্বয়ের গ.সা.গু. ৩২ হওয়ায় ৮ সংখ্যাটির বিবেচনায় কেবল বিজোড় সংখ্যাগুলো গৃহীত হবে।

১ থেকে ৮ পর্যন্ত বিজোড় সংখ্যাগুলো হলো ১, ৩, ৫ এবং ৭

সুতরাং, আমরা পাই, x = ১ হলে, y = ৭

এবং x = ৩, হলে y = ৫

∴ নির্ণেয় সংখ্যাদ্বয়, ৩২ × ১ = ৩২,

৩২ × ৭ = ২২৪

অথবা, ৩২ × ৩ = ৯৬,

৩২ × ৫ = ১৬০

∴ সংখ্যাযুগল ৩২ ও ২২৪ অথবা ৯৬ ও ১৬০ (উত্তর)

০২। **দুইটি সংখ্যার গ.সা.গু. ২৩ এবং অন্তর ৪৬। এরূপ ক্ষুদ্রতম সংখ্যাযুগল নির্ণয় করুন।**

সমাধান : মনে করি, সংখ্যাদ্বয় ২৩x, ২৩y ; এখন x, y সহমৌলিক এবং x > y ধরলে অন্তর,

(২৩x − ২৩y) = ২৩(x − y)

প্রশ্নমতে, ২৩(x − y) = ৪৬

সুতরাং x − y = ২

সহমৌলিক সংখ্যাযুগলে এই সমীকরণের 'ক্ষুদ্রতম' সমাধান পর্যবেক্ষণ দ্বারা x = ৩, y = ১ পাওয়া গেল।

অতএব, নির্ণেয় সংখ্যাযুগল,

২৩ × ৩ = ৬৯, ২৩ × ১ = ২৩

উত্তর : ২৩ ও ৬৯

০৩। কোন বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা ১০৫, ১০০১ এবং ২৪৩৬ কে নিঃশেষে ভাগ করা যায়?

সমাধান : প্রদত্ত সংখ্যা ১০৫, ১০০১, ২৪৩৬
এর গ.সা.গু.-ই হবে নির্ণেয় সংখ্যা
এখন,

১০৫)১০০১(৯
 ৯৪৫
 ৫৬)১০৫(১
 ৫৬
 ৪৯)৫৬(১
 ৪৯
 ৭)৪৯(৭
 ৪৯
 ০

এবং

৭)২৪৩৬(৩৪৮
 ২১
 ৩৩
 ২৮
 ৫৬
 ৫৬
 ০

∴ গ. সা. গু. = ৭
∴ নির্ণেয় বৃহত্তম সংখ্যা = ৭ (উত্তর)

০৪। কোন বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা ১৩০৫, ৪৬৬৫ ও ৬৯০৫ কে ভাগ করলে প্রতি ক্ষেত্রে একই অবশিষ্ট থাকে?

সমাধান : একই অবশিষ্ট k হলে নির্ণেয় সংখ্যা হবে (১৩০৫ − k) (৪৬৬৫ − k) এবং (৬৯০৫ − k) এর গ.সা.গু.। এই সংখ্যা তিনটির যে কোনো সাধারণ উৎপাদক এদের প্রত্যেক জোড়ার অন্তরফলেরও সাধারণ উৎপাদক।
অতএব, সাধারণ উৎপাদকই অন্তরফলের গ.সা.গু.।
(৪৬৬৫ − k) − (১৩০৫ − k)
= ৪৬৬৫ − ১৩০৫ = ৩৩৬০
(৬৯০৫ − k) − (৪৬৬৫ − k)
= ৬৯০৫ − ৪৬৬৫ = ২২৪০
(৬৯০৫ − k) − (১৩০৫ − k)
= ৬৯০৫ − ১৩০৫ = ৫৬০০

২২৪০ | ৩৩৬০ | ১
 | ২২৪০
 ১১২০ | ২২৪০ | ২
 | ২২৪০
 ০

১১২০ | ৫৬০০ | ৫
 | ৫৬০০
 ০

∴ গ.সা.গু. = ১১২০
∴ নির্ণেয় সংখ্যা ১১২০ (উত্তর)

০৫। কোন বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা ৯৬৪, ১২৩৮ এবং ১৪০০ কে ভাগ করলে যথাক্রমে ৪১, ৩১ এবং ৫১ ভাগশেষ থাকে?

সমাধান : ভিন্ন ভিন্ন ভাগশেষ থাকলে সংখ্যাগুলো থেকে যথাক্রমে ভাগশেষগুলো বাদ দিয়ে বিয়োগফলের গ. সা. গু. হবে নির্ণেয় বৃহত্তম সংখ্যা।
তাহলে, (৯৬৪ − ৪১) = ৯২৩
(১২৩৮ − ৩১) = ১২০৭
(১৪০০ − ৫১) = ১৩৪৯
এখন,

৯২৩)১২০৭(১
 ৯২৩
 ২৮৪)৯২৩(৩
 ৮৫২
 ৭১)২৮৪(৪
 ২৮৪
 ০

এবং, ৭১)১৩৪৯(১৯
 ৭১
 ৬৩৯
 ৬৩৯
 ০

∴ গ. সা. গু. = ৭১
∴ নির্ণেয় বৃহত্তম সংখ্যা = ৭১ (উত্তর)

Case−03 | গ.সা.গু.'র প্রয়োগ সম্পর্কিত

বিগত BCS লিখিত পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি হল ঘরের দৈর্ঘ্য ৩০ মিটার, প্রস্থ ১২ মিটার। অপর একটি হল ঘরের দৈর্ঘ্য ২০ মিটার, প্রস্থ ১৫ মিটার। সর্বাপেক্ষা বড় কোন মাপের আয়তাকার কার্পেট দ্বারা উভয় ঘরের মেঝে পুরোপুরি ঢাকা যাবে এবং মোট কতটি কার্পেট লাগবে? [১১তম বিসিএস]

সমাধান : ১ম ঘরের ক্ষেত্রফল = (৩০ × ১২) বর্গমিটার
= ৩৬০ বর্গমিটার
২য় ঘরের ক্ষেত্রফল = (২০ × ১৫) বর্গমিটার
= ৩০০ বর্গমিটার
১ম ও ২য় ঘরের দৈর্ঘ্যের গ.সা.গু. এবং ১ম ও ২য় ঘরের প্রস্থের গ.সা.গু.

২০ | ৩০ | ১
 | ২০
 ১০ | ২০ | ২
 | ২০
 ০

১২ | ১৫ | ১
 | ১২
 ৩ | ১২ | ৪
 | ১২
 ০

∴ প্রয়োজনীয় কার্পেটের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে ১০ মিটার ও ৩ মিটার।
ক্ষেত্রফল = ১০ × ৩ = ৩০ বর্গ মিটার

১ম ঘরে কার্পেট লাগবে = ৩৬০ ÷ ৩০ = ১২ টি
২য় ঘরে কার্পেট লাগবে = ৩০০ ÷ ৩০ = ১০ টি
মোট কার্পেট লাগবে = ২২ টি

উত্তর : সর্বপেক্ষা বড় মাপের কার্পেটটি ৩০ বর্গ.মি. এবং প্রয়োজনীয় কার্পেট ২২ টি।

নমুনা প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য ৭.২০ মিটার এবং প্রস্থ ৪.৪০ মিটার। সর্বাধিক কোন সাইজের বর্গাকার মার্বেল পাথর দ্বারা ঘরের মেঝে বাঁধানো যাবে, যাতে কোনো পাথর ভাঙ্গা না পড়ে?

সমাধান : ঘরের দৈর্ঘ্য = ৭.২০ মিটার = ৭২ ডেসিমিটার
ঘরের প্রস্থ = ৪.৪০ মিটার = ৪৪ ডেসিমিটার
পাথর বর্গাকার হওয়ায় এবং কোনো পাথর না ভাঙ্গার শর্ত থাকায়, এর বাহুর দৈর্ঘ্যের পরিমাপ বাহুটির দৈর্ঘ্যের এবং প্রস্থের পরিমাপের সাধারণ গুণনীয়ক হতে হবে। অতএব, ৭২ ও ৪৪ এর গ.সা.গু. যত হবে সর্বাধিক সাইজের বর্গাকার পাথরের বাহুর দৈর্ঘ্য তত ডেসিমিটার হবে।
এখানে, ৭২ = ৮ × ৯ = ২ × ২ × ২ × ৩ × ৩
৪৪ = ৪ × ১১ = ২ × ২ × ১১
∴ ৭২ ও ৪৪ এর গ.সা.গু. = (২ × ২) = ৪ ডেসিমিটার
আমরা জানি, ১ ডেসিমিটার = ১০ সে.মি.
∴ ৪ ডেসিমিটার = (১০ × ৪) = ৪০ সে.মি.
উত্তর : সর্বাধিক সাইজের বর্গাকার পাথরের বাহুর দৈর্ঘ্য ৪০ সে.মি.।

০২। একটি লোহার পাত ও একটি তামার পাতের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৬৭২ সে.মি. ও ৯৬০ সে.মি। পাত দুইটি থেকে কেটে নেওয়া একই মাপের সবচেয়ে বড় টুকরার দৈর্ঘ্য কত হবে? প্রত্যেক পাতের টুকরার সংখ্যা নির্ণয় করুন।

সমাধান : পাত দুইটি থেকে কেটে নেওয়া একই মাপের সবচেয়ে বড় টুকরার দৈর্ঘ্য হবে লোহার পাতের ও তামার পাতের প্রদত্ত দৈর্ঘ্যের গ.সা.গু.।

৬৭২) ৯৬০ (১
৬৭২
২৮৮) ৬৭২ (২
৫৭৬
৯৬) ২৮৮ (৩
২৮৮
০

৬৭২ ও ৯৬০ এর গ.সা.গু. ৯৬
∴ কেটে নেওয়া সবচেয়ে বড় টুকরার দৈর্ঘ্য ৯৬ সে.মি.
∴ লোহার পাতের টুকরা = $\frac{৬৭২}{৯৬}$ = ৭ টি
∴ তামার পাতের টুকরা = $\frac{৯৬০}{৯৬}$ = ১০ টি
উত্তর : বড় টুকরার দৈর্ঘ্য ৯৬ সে.মি. এবং লোহা ও তামার পাতদ্বয়ের সংখ্যা যথাক্রমে ৭টি ও ১০টি।

০৩। একজন দুধ বিক্রেতার কাছে থাকা ৩টি বোতলে যথাক্রমে ৫৭ লিটার, ১২৯ লিটার এবং ১৭৭ লিটার খাঁটি দুধ আছে। একটি পাত্র দিয়ে ঐ ৩টি বোতলের দুধ আলাদাভাবে মাপার পর প্রতিটি বোতলে সমপরিমাণ দুধ অবশিষ্ট থাকে, এক্ষেত্রে দুধ মাপার পাত্রটির ধারণক্ষমতা সর্বোচ্চ কত হবে?

সমাধান : এক্ষেত্রে দুটি করে জোড়া নিয়ে তাদের বিয়োগফল গুলোর গ. সা. গু. -ই হবে নির্ণেয় ধারণ ক্ষমতা।
তাহলে, (১২৯ − ৫৭) = ৭২
(১৭৭ −১২৯) = ৪৮
(১৭৭ − ৫৭) = ১২০

এখন, ৪৮)৭২(১
৪৮
২৪)৪৮(২
৪৮
০

এবং, ২৪)১২০(৫
১২০
০

∴ গ. সা. গু. = ২৪
∴ নির্ণেয় ধারণক্ষমতা ২৪ লিটার। (উত্তর)

Type 03 ল.সা.গু. এবং গ.সা.গু. এর মধ্যে সম্পর্ক

- দুইটি সংখ্যার গ.সা.গু. a হলে সংখ্যা দুইটি হবে ax ও ay. এখানে, x ও y পরস্পর সহমৌলিক এবং ax ও ay সংখ্যা দুইটির ল.সা.গু. = axy
- দুইটি সংখ্যার গুণফল = সংখ্যাদ্বয়ের গ.সা.গু. × সংখ্যাদ্বয়ের ল.সা.গু.
- দুইটি সংখ্যার একটি সংখ্যা, ল.সা.গু. ও গ.সা.গু. জানা থাকলে, অপর সংখ্যা = $\frac{\text{সংখ্যাদ্বয়ের গ.সা.গু.} \times \text{সংখ্যাদ্বয়ের ল.সা.গু.}}{\text{একটি সংখ্যা}}$

বিগত BCS লিখিত পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। দুইটি সংখ্যার গ.সা.গু. ২১ এবং ল.সা.গু. ৪৬৪১। একটি সংখ্যা ২০০ ও ৩০০ এর মধ্যবর্তী; অপরটি কত?
[৩৪তম ও ২০তম বিসিএস]

সমাধান : সংখ্যাদ্বয়ের গ.সা.গু. ২১ হওয়ায়
মনে করি, একটি সংখ্যা ২১x এবং অপর সংখ্যা ২১y
(এখানে x ও y সহমৌলিক)
∴ সংখ্যাদ্বয়ের ল.সা.গু. = ২১xy
শর্তমতে, ২১xy = ৪৬৪১
∴ xy = $\frac{৪৬৪১}{২১}$ = ২২১

x ও y সহমৌলিক হওয়ায় আমরা পাই,

xy = ২২১ = ১ × ২২১ = ১৩ × ১৭

পর্যবেক্ষণ হতে, x = ১ হলে, y = ২২১ এবং সংখ্যাদ্বয়,

২১x = ২১ × ১ = ২১

এবং ২১y = ২১ × ২২১ = ৪৬৪১

আবার, x = ১৩ হলে, y = ১৭ এবং সংখ্যাদ্বয়,

২১x = ২১ × ১৩ = ২৭৩

এবং ২১y = ২১ × ১৭ = ৩৫৭

প্রশ্ন হতে আমরা পাই, একটি সংখ্যা ২০০ এবং ৩০০ এর মাঝামাঝি।

সুতরাং ২১ ও ৪৬৪১ সংখ্যাদ্বয় গ্রহণযোগ্য নয়।

∴ নির্ণেয় সংখ্যা ২৭৩ ও ৩৫৭। (উত্তর)

০২। দুইটি সংখ্যার গ.সা.গু., অন্তর ও ল.সা.গু. যথাক্রমে ১২, ৬০ ও ২৪৪৮। সংখ্যা দুইটি নির্ণয় করুন।

[৩৩তম বিসিএস]

সমাধান : মনে করি, সংখ্যা দুইটি ১২x ও ১২y, যেখানে x > y এবং x, y সহমৌলিক।

সংখ্যা দুইটির অন্তরফল, (১২x − ১২y) = ৬০

⇒ ১২ (x − y) = ৬০

⇒ x − y = ৫ ...... (i)

আবার, ১২x ও ১২y এর ল.সা.গু. ১২xy

শর্তানুসারে, ১২xy = ২৪৪৮

⇒ xy = ২০৪

$\therefore x = \frac{২০৪}{y}$......... (ii)

(ii) নং এর মান (i) নং-এ বসাই,

$\frac{২০৪}{y} - y = ৫$

⇒ $২০৪ - y^২ = ৫y$

⇒ $y^২ + ৫y - ২০৪ = ০$

⇒ $y^২ + ১৭y - ১২y - ২০৪ = ০$

⇒ y(y + ১৭) − ১২ (y + ১৭) = ০

⇒ (y + ১৭) (y − ১২) = ০

সুতরাং y − ১২ = ০ [যেহেতু, y ≠ −১৭]

∴ y = ১২

y এর মান (ii) নং-এ বসিয়ে পাই, $x = \frac{২০৪}{১২}$

∴ x = ১৭

x, y সহমৌলিক এবং x > y হওয়ায়

x = ১৭, y = ১২ নির্ণীত হলো।

∴ নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি ১২ × ১৭ = ২০৪

এবং ১২ × ১২ = ১৪৪

উত্তর : ২০৪ এবং ১৪৪

বিকল্প : যেহেতু, সংখ্যাগুলি গ.সা.গু. এর গুণিতক হয়ে থাকে, সুতরাং, মনে করি সংখ্যা দুটি ১২x ও ১২y যেখানে x > y এবং x, y সহমৌলিক।

শর্তমতে, ১২x − ১২y = ৬০

⇒ ১২(x – y) = ৬০

$\therefore x - y = \frac{৬০}{১২} = ৫$

আবার, ১২x ও ১২y -এর ল.সা.গু. = ১২xy

∴ ১২xy = ২৪৪৮

$\therefore xy = \frac{২৪৪৮}{১২} = ২০৪$

এখন,
$$\begin{array}{r|l} ২ & ২০৪ \\ \hline ২ & ১০২ \\ \hline ৩ & ৫১ \\ \hline & ১৭ \end{array}$$

∴ ২০৪ = ১২ × ১৭

x, y সহমৌলিক এবং x > y হওয়ায়

x = ১৭, y = ১২ পর্যবেক্ষণ দ্বারা নির্ণীত হলো।

এ দুটি সহমৌলিক।

∴ নির্ণেয় সংখ্যাদ্বয় ১২ × ১৭ = ২০৪

এবং ১২ × ১২ = ১৪৪

উত্তর : ২০৪ ও ১৪৪

নমুনা প্রশ্ন ও সমাধান

০১। চার অঙ্কবিশিষ্ট ক্ষুদ্রতম সংখ্যাযুগল নির্ণয় করুন, যাদের গ.সা.গু. ১৪৩ এবং ল.সা.গু. ২৫০২৫।

সমাধান : মনে করি, সংখ্যাদ্বয় ১৪৩x ও ১৪৩y, যেখানে x, y সহমৌলিক।

এবং ১৪৩x ও ১৪৩y এর ল.সা.গু. = ১৪৩xy

শর্তানুসারে, ১৪৩xy = ২৫০২৫

$\Rightarrow xy = \frac{২৫০২৫}{১৪৩}$

∴ xy = ১৭৫

১৭৫ এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ করে পাই,

$$\begin{array}{r|l} ৫ & ১৭৫ \\ \hline ৫ & ৩৫ \\ \hline & ৭ \end{array}$$

∴ ১৭৫ = ৫ × ৫ × ৭ = ২৫ × ৭

x ও y সহমৌলিক হওয়ায়, পর্যবেক্ষণ দ্বারা x = ৭ হলে y = ২৫

অতএব, নির্ণেয় চার অঙ্কবিশিষ্ট ক্ষুদ্রতম সংখ্যাযুগল–

১৪৩ × ৭ = ১০০১ এবং ১৪৩ × ২৫ = ৩৫৭৫

উত্তর : ১০০১, ৩৫৭৫

০২। দুইটি সংখ্যার গ.সা.গু. ২৩ এবং ল.সা.গু. ৩৬৫৭। একটি সংখ্যা ৫০ ও ১০০ এর মধ্যবর্তী; অপরটি কত?

সমাধান : সংখ্যাদ্বয়ের গ.সা.গু. ২৩ হওয়ায়

মনে করি, একটি সংখ্যা ২৩x এবং অপর সংখ্যা ২৩y

[এখানে x ও y সহমৌলিক]

∴ সংখ্যাদ্বয়ের ল.সা.গু. = ২৩xy

শর্তমতে, ২৩xy = ৩৬৫৭

$\therefore xy = \frac{৩৬৫৭}{২৩} = ১৫৯$

x ও y সহমৌলিক হওয়ায় আমরা পাই,
xy = ১৫৯ = ১ × ১৫৯ = ৩ × ৫৩
পর্যবেক্ষণ হতে, x = ১ হলে y = ১৫৯ এবং সংখ্যাদ্বয়,
২৩x = ২৩ × ১ = ২৩ ও ২৩y = ২৩ × ১৫৯ = ৩৬৫৭
আবার, x = ৩ হলে y = ৫৩ এবং সংখ্যাদ্বয়,
২৩x = ২৩ × ৩ = ৬৯
এবং ২৩y = ২৩ × ৫৩ = ১২১৯
প্রশ্ন হতে আমরা পাই,
একটি সংখ্যা ৫০ এবং ১০০ এর মাঝামাঝি।
সুতরাং ২৩ ও ৩৬৫৭ সংখ্যাদ্বয় গ্রহণযোগ্য নয়।
∴ নির্ণেয় সংখ্যা ৬৯ ও ১২১৯ (উত্তর)

Type 04 ভগ্নাংশের ল.সা.গু. ও গ.সা.গু.

- ভগ্নাংশের গ.সা.গু./ ল.সা.গু. নির্ণয়ের ক্ষেত্রে, ভগ্নাংশকে $\left(\frac{a}{b}\right)$ আকারে সাজাতে হবে। যেখানে, a ও b পরস্পর সহমৌলিক সংখ্যা। পরবর্তীতে, সূত্রানুসারে গ.সা.গু./ল.সা.গু. নির্ণয় করতে হবে।

Case-01 ভগ্নাংশের ল.সা.গু. নির্ণয়

ভগ্নাংশের ল.সা.গু. নির্ণয়ের সূত্র:

একাধিক ভগ্নাংশের ল.সা.গু. = $\frac{\text{ভগ্নাংশগুলোর লবের ল.সা.গু.}}{\text{ভগ্নাংশগুলোর হরের গ.সা.গু.}}$

উদাহরণস্বরূপ $\frac{৫}{৬}, \frac{২}{৩}$ ও $\frac{১}{১৮}$ এর ল.সা.গু. = $\frac{\text{৫,২ ও ১ এর ল.সা.গু.}}{\text{৬,৩ ও ১৮ এর গ.সা.গু.}} = \frac{১০}{৩}$

নমুনা প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ৩, $\frac{২৪}{৩৮}, \frac{১৫}{৩৪}$ এর ল.সা.গু. নির্ণয় করুন।

সমাধান : ৩, $\frac{২৪}{৩৮}, \frac{১৫}{৩৪}$ বা ৩, $\frac{১২}{১৯}, \frac{১৫}{৩৪}$
আমরা জানি,
ভগ্নাংশগুলোর ল.সা.গু. = $\frac{\text{ভগ্নাংশগুলোর লবের ল.সা.গু.}}{\text{ভগ্নাংশগুলোর হরের গ.সা.গু.}}$
প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর লব ৩, ১২ ও ১৫ এর ল.সা.গু. = ৬০
এবং প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর হর ১, ১৯ ও ৩৪ এর গ.সা.গু. = ১
∴ নির্ণেয় ল.সা.গু. = $\frac{৬০}{১}$ = ৬০ (উত্তর)

০২। ২$\frac{২}{৫}$, ৭$\frac{১}{৫}$, ২$\frac{২২}{২৫}$ এর ল.সা.গু. নির্ণয় করুন।

সমাধান : ২$\frac{২}{৫}$ বা $\frac{১২}{৫}$, ৭$\frac{১}{৫}$ বা $\frac{৩৬}{৫}$, ২$\frac{২২}{২৫}$ বা, $\frac{৭২}{২৫}$
[অপ্রকৃত ভগ্নাংশে রূপান্তর করে]
আমরা জানি,
ভগ্নাংশগুলোর ল.সা.গু. = $\frac{\text{ভগ্নাংশগুলোর লবের ল.সা.গু.}}{\text{ভগ্নাংশগুলোর হরের গ.সা.গু.}}$
প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর লব ১২, ৩৬ ও ৭২ এর ল.সা.গু. ৭২
এবং প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর হর ৫, ৫ ও ২৫ এর গ.সা.গু. ৫
∴ নির্ণেয় ল.সা.গু. = $\frac{৭২}{৫}$ = ১৪$\frac{২}{৫}$ (উত্তর)

০৩। **তিনটি চাকা প্রতি মিনিটে যথাক্রমে ৪০, ২৪ এবং ১৬ বার ঘুরে। প্রতিটি চাকায় একটি লাল চিহ্ন দেয়া আছে যা শুরুর সময় মাটিতে স্পর্শ করে ছিল। কতক্ষণ পরে, সবগুলো চাকার লাল চিহ্নগুলো একইসাথে মাটি স্পর্শ করবে?**

সমাধান : ১ম চাকা,
৪০ বার ঘুরতে পারে ১ মিনিট বা ৬০ সেকেন্ডে
∴ ১ বার ঘুরতে পারে $\frac{৬০}{৪০} = \frac{৩}{২}$ সেকেন্ডে
অনুরূপভাবে,
২য় চাকা, ১ বার ঘুরতে পারে $\frac{৬০}{২৪} = \frac{৫}{২}$ সেকেন্ডে
৩য় চাকা, ১ বার ঘুরতে পারে $\frac{৬০}{১৬} = \frac{১৫}{৪}$ সেকেন্ডে
এখন, $\frac{৩}{২}, \frac{৫}{২}$ ও $\frac{১৫}{৪}$ এর ল.সা.গু. = $\frac{\text{৩, ৫, ১৫ -এর ল.সা.গু.}}{\text{২, ২, ৪ -এর গ.সা.গু.}}$
= $\frac{১৫}{২}$ = ৭$\frac{১}{২}$
∴ নির্ণেয় সময় ৭$\frac{১}{২}$ সেকেন্ড। (উত্তর)

০৪। **তিনজন ব্যক্তির একটি বৃত্তাকার পথ একবার করে হেঁটে আসতে যথাক্রমে ১৫$\frac{১}{৬}$ সেকেন্ড, ১৬$\frac{১}{৪}$ সেকেন্ড ও ১৮$\frac{২}{৩}$ সেকেন্ড সময় লাগে। তাদের শুরুর স্থানে ফেরত আসতে কত সময় লাগবে?**

সমাধান : ১৫$\frac{১}{৬}$ বা $\frac{৯১}{৬}$, ১৬$\frac{১}{৪}$ বা $\frac{৬৫}{৪}$ এবং ১৮$\frac{২}{৩}$ বা $\frac{৫৬}{৩}$ এর
ল.সা.গু. = $\frac{\text{৯১, ৬৫, ৫৬ - এর ল.সা.গু.}}{\text{৬, ৪,৩ - এর গ.সা.গু.}}$

$$\begin{array}{r|l} ৭ & ৯১, ৬৫, ৫৬ \\ \hline ১৩ & ১৩, ৬৫, ৮ \\ \hline & ১, ৫, ৮ \end{array}$$

∴ ৯১, ৬৫, ৫৬ -এর ল.সা.গু. = ৭ × ১৩ × ৫ × ৮
= ৩৬৪০
এবং ৬, ৪, ৩ এর গ.সা.গু. = ১
তাহলে, $\frac{৯১}{৬}, \frac{৬৫}{৪}$ এবং $\frac{৫৬}{৩}$ এর ল.সা.গু. = $\frac{৩৬৪০}{১}$
= ৩৬৪০ সেকেন্ড
∴ নির্ণেয় সময় ১ ঘণ্টা ৪০ সেকেন্ড। (উত্তর)

Case-02 ভগ্নাংশের গ.সা.গু. নির্ণয়

ভগ্নাংশের গ.সা.গু. নির্ণয়ের সূত্র:

একাধিক ভগ্নাংশের গ.সা.গু. = $\frac{\text{ভগ্নাংশগুলোর লবের গ.সা.গু.}}{\text{ভগ্নাংশগুলোর হরের ল.সা.গু.}}$

উদাহরণস্বরূপ $\frac{৫}{৬}, \frac{২}{৩}$ ও $\frac{১}{৪}$ এর গ.সা.গু. = $\frac{\text{৫,২ ও ১ এর গ.সা.গু.}}{\text{৬,৩ ও ৪ এর ল.সা.গু.}} = \frac{১}{১২}$

নমুনা প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ৮, ২$\frac{২}{৫}$, $\frac{৮}{১০}$ এর গ.সা.গু. নির্ণয় করুন।

সমাধান : ৮, ২$\frac{২}{৫}$ বা $\frac{১২}{৫}$ ও $\frac{৮}{১০}$ [অপ্রকৃত ভগ্নাংশে রূপান্তর করে]
আমরা জানি,
ভগ্নাংশগুলোর গ.সা.গু. = $\frac{\text{ভগ্নাংশগুলোর লবের গ.সা.গু.}}{\text{ভগ্নাংশগুলোর হরের ল.সা.গু.}}$

প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর লব ৮, ১২ ও ৮ এর গ.সা.গু. ৪
এবং প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর হর ৫ ও ১০ এর ল.সা.গু. ১০
∴ নির্ণেয় গ.সা.গু. $= \frac{৪}{১০} = \frac{২}{৫}$ (উত্তর)

০২। **$৯\frac{১}{৩}, ৫\frac{২}{৫}, ১৫\frac{৩}{৪}$ এর গ.সা.গু. নির্ণয় করুন।**

সমাধান : $৯\frac{১}{৩}$ বা $\frac{২৮}{৩}$, $৫\frac{২}{৫}$ বা $\frac{২৭}{৫}$, $১৫\frac{৩}{৪}$ বা $\frac{৬৩}{৪}$

[অপ্রকৃত ভগ্নাংশে রূপান্তর করে]

আমরা জানি,
ভগ্নাংশগুলোর গ.সা.গু. $= \frac{\text{ভগ্নাংশগুলোর লবের গ.সা.গু.}}{\text{ভগ্নাংশগুলোর হরের ল.সা.গু.}}$
প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর লব ২৮, ২৭ ও ৬৩ এর গ.সা.গু. ১
এবং প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর হর ৩, ৫ ও ৪ এর ল.সা.গু. ৬০
∴ নির্ণেয় গ.সা.গু. $= \frac{১}{৬০}$ (উত্তর)

Type 05 বিবিধ

উপরিউক্ত সমস্যাবলি ছাড়াও ল.সা.গু. তে আছে মৌলিক ও ক্রমিক সংখ্যা সম্পর্কিত এবং ভগ্নাংশের উর্ধ্বক্রম ও অধঃক্রম অনুসারে সাজানো সমস্যাবলি এই অংশে আলোচনা করা হয়েছে।

বিগত BCS লিখিত পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। **তিন অঙ্কের ক্ষুদ্রতম মৌলিক সংখ্যাটি নির্ণয় করুন যার অঙ্কগুলোর যোগফল 11 এবং প্রতিটি অঙ্ক মৌলিক সংখ্যা নির্দেশ করে। আপনার উত্তরের স্বপক্ষে যুক্তি দিন।** **[৩৮তম বিসিএস]**

সমাধান : তিনটি মৌলিক সংখ্যার যোগফল 11 হবে। এরূপ মৌলিক সংখ্যা 2, 3, 5, 7 মৌলিক অঙ্ক সংখ্যাগুলো হতে তিনটি করে মৌলিক সংখ্যা নিয়ে গঠিত। সুতরাং, সংখ্যাটি 2, 2, 7 অথবা 3, 3, 5 দ্বারা গঠিত হবে।
তাহলে 2, 2, 7 দ্বারা গঠিত সংখ্যাগুলো হতে পারে-
227, 272, 722
এদের মধ্যে 272 এবং 722 সংখ্যাটি 2 দ্বারা বিভাজ্য।
সুতরাং এ দুটি মৌলিক নয়।
সুতরাং 227 সংখ্যাটি নির্ণেয় সংখ্যা। যার অঙ্কগুলোর যোগফল $(2 + 2 + 7) = 11$, যা একটি মৌলিক সংখ্যা।
আবার, 3, 3, 5 দ্বারা গঠিত সংখ্যাগুলো হতে পারে –
335, 353, 533
এদের মধ্যে 353 বাদে বাকি দুটি মৌলিক সংখ্যা নয়।
এবং অঙ্কগুলোর যোগফল $(3 + 5 + 3) = 11$, যা একটি মৌলিক সংখ্যা।
উত্তর : 227 এবং 353

০২। **১৩, ১৭, ২৩, ২৫, ৩০ এবং ৪১ এই সংখ্যাগুলোর মধ্যে কোন সংখ্যাটিকে তিনটি ক্রমিক পূর্ণ সংখ্যার যোগফল হিসাবে প্রকাশ করা যায়? ঐ তিনটি ক্রমিক সংখ্যাগুলো কী কী এবং সংখ্যা তিনটির মধ্যে কোনটি মৌলিক সংখ্যা?** **[১৮তম বিসিএস]**

সমাধান : মনে করি, ক্রমিক সংখ্যা তিনটি যথাক্রমে,
$n, n + ১, n + ২$ যেখানে; $n = ১, ২, \ldots\ldots\ldots\ldots$
∴ এদের সমষ্টি $= n + n + ১ + n + ২ = ৩n + ৩$
নির্ণেয় সংখ্যাটি হতে ৩ বিয়োগ করলে বিয়োগফল ৩ দ্বারা বিভাজ্য হবে।
তাহলে,
১৩ – ৩ = ১০ যা ৩ দ্বারা বিভাজ্য নয়
১৭ – ৩ = ১৪ যা ৩ দ্বারা বিভাজ্য নয়
২৩ – ৩ = ২০ যা ৩ দ্বারা বিভাজ্য নয়
২৫ – ৩ = ২২ যা ৩ দ্বারা বিভাজ্য নয়
৩০ – ৩ = ২৭ যা ৩ দ্বারা বিভাজ্য
৪১ – ৩ = ৩৮ যা ৩ দ্বারা বিভাজ্য নয়
∴ নির্ণেয় সংখ্যাটি = ৩০
শর্তমতে, $৩n + ৩ = ৩০$
$\Rightarrow ৩n = ৩০ - ৩$
$\Rightarrow ৩n = ২৭$
$\therefore n = ৯$
সুতরাং, $n + ১ = ৯ + ১ = ১০$
এবং $n + ২ = ৯ + ২ = ১১$
ক্রমিক সংখ্যা তিনটি যথাক্রমে ৯, ১০ ও ১১।
মৌলিক সংখ্যাটি ১১।
উত্তর : সংখ্যাত্রয় ৯, ১০ ও ১১। মৌলিক সংখ্যাটি ১১।

০৩। **মোটামুটি এক হাজার লিচু থাকার কথা, এমন এক ঝুড়ি লিচু ৮০ জন বালকের মধ্যে ভাগ করতে গিয়ে দেখা গেল যে ৩০ টি লিচু উদ্বৃত্ত থাকে; কিন্তু বালকের সংখ্যা ৯০ হলে লিচুগুলো সমান ভাগে ভাগ করা যেত। ঝুড়িটিতে প্রকৃতপক্ষে কতটি লিচু ছিল।** **[১১তম বিসিএস]**

সমাধান :
৮০) ১০০০ (১২
৮০
২০০
১৬০
৪০

৯০) ১০০০ (১১
৯০
১০০
৯০
১০

∴ লিচুর সংখ্যা হতে পারে = ১০০০ – ৪০ + ৩০
= ৯৯০ টি
অথবা লিচুর সংখ্যা হতে পারে = ১০০০ – ১০
= ৯৯০ টি
∴ নির্ণেয় লিচুর সংখ্যা = ৯৯০ টি। (উত্তর)

০৪। **যুক্তিসহ মানের অধঃক্রমে সাজান: $\frac{২৭}{৫১}, \frac{২৩}{৪৩}, \frac{১৯}{৩১}, \frac{৬}{৭}, \frac{১৩}{১৫}$** **[১০তম বিসিএস]**

সমাধান : $\frac{২৭}{৫১}, \frac{২৩}{৪৩}, \frac{১৯}{৩১}, \frac{৬}{৭}, \frac{১৩}{১৫}$
ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু. = ২৩৭৯৪০৫
১ম ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে, $\frac{২৩৭৯৪০৫}{৫১} = ৪৬৬৫৫$
$\therefore \frac{২৭}{৫১} = \frac{২৭ \times ৪৬৬৫৫}{৫১ \times ৪৬৬৫৫} = \frac{১২৫৯৬৮৫}{২৩৭৯৪০৫}$
২য় ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে, $\frac{২৩৭৯৪০৫}{৪৩} = ৫৫৩৩৫$
$\therefore \frac{২৩}{৪৩} = \frac{২৩ \times ৫৫৩৩৫}{৪৩ \times ৫৫৩৩৫} = \frac{১২৭২৭০৫}{২৩৭৯৪০৫}$

৩য় ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে, $\frac{২৩৭৯৪০৫}{৩১} = ৭৬৭৫৫$

$\therefore \frac{১৯}{৩১} = \frac{১৯\times৭৬৭৫৫}{৩১\times৭৬৭৫৫} = \frac{১৪৫৮৩৪৫}{২৩৭৯৪০৫}$

৪র্থ ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে, $\frac{২৩৭৯৪০৫}{৭} = ৩৩৯৯১৫$

$\therefore \frac{৬}{৭} = \frac{৬\times৩৩৯৯১৫}{৭\times৩৩৯৯১৫} = \frac{২০৩৯৪৯০}{২৩৭৯৪০৫}$

৫ম ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে, $\frac{২৩৭৯৪০৫}{১৫} = ১৫৮৬২৭$

$\therefore \frac{১৩}{১৫} = \frac{১৩\times১৫৮৬২৭}{১৫\times১৫৮৬২৭} = \frac{২০৬২১৫১}{২৩৭৯৪০৫}$

অতএব, $\frac{১৩}{১৫} > \frac{৬}{৭} > \frac{১৯}{৩১} > \frac{২৩}{৪৩} > \frac{২৭}{৫১}$ (উত্তর)

নমুনা প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $\frac{৬৫}{৭২}, \frac{৩১}{৩৬}, \frac{৫৩}{৬০}, \frac{১৭}{২৪}$ ভগ্নাংশগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রম অনুসারে সাজান।

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর হর ৭২, ৩৬, ৬০ ও ২৪ এর ল.সা.গু. = ৩৬০

১ম ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে, $\frac{৩৬০}{৭২} = ৫ \quad \therefore \frac{৬৫}{৭২} = \frac{৬৫\times৫}{৭২\times৫} = \frac{৩২৫}{৩৬০}$

২য় ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে, $\frac{৩৬০}{৩৬} = ১০ \quad \therefore \frac{৩১}{৩৬} = \frac{৩১\times১০}{৩৬\times১০} = \frac{৩১০}{৩৬০}$

৩য় ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে, $\frac{৩৬০}{৬০} = ৬ \quad \therefore \frac{৫৩}{৬০} = \frac{৫৩\times৬}{৬০\times৬} = \frac{৩১৮}{৩৬০}$

৪র্থ ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে, $\frac{৩৬০}{২৪} = ১৫ \quad \therefore \frac{১৭}{২৪} = \frac{১৭\times১৫}{২৪\times১৫} = \frac{২৫৫}{৩৬০}$

$\therefore$ সমহর বিশিষ্ট ভগ্নাংশ $\frac{৩২৫}{৩৬০}, \frac{৩১০}{৩৬০}, \frac{৩১৮}{৩৬০}, \frac{২৫৫}{৩৬০}$ এর লবগুলোর মধ্যে তুলনা করে পাই,

$$২৫৫ < ৩১০ < ৩১৮ < ৩২৫$$

$$\therefore \frac{২৫৫}{৩৬০} < \frac{৩১০}{৩৬০} < \frac{৩১৮}{৩৬০} < \frac{৩২৫}{৩৬০}$$

অর্থাৎ $\frac{১৭}{২৪} < \frac{৩১}{৩৬} < \frac{৫৩}{৬০} < \frac{৬৫}{৭২}$

$\therefore$ প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর মানের উর্ধ্বক্রম অনুসারে সাজিয়ে পাই, $\frac{১৭}{২৪}, \frac{৩১}{৩৬}, \frac{৫৩}{৬০}, \frac{৬৫}{৭২}$ (উত্তর)

০২। $\frac{১৭}{২৫}, \frac{২৩}{৪০}, \frac{৫১}{৬৫}, \frac{৬৭}{১৩০}$ ভগ্নাংশগুলোকে মানের অধঃক্রম অনুসারে সাজান।

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর হর ২৫, ৪০, ৬৫, ও ১৩০ এর ল.সা.গু. = ২৬০০

১ম ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে, $\frac{২৬০০}{২৫} = ১০৪$

$\therefore \frac{১৭}{২৫} = \frac{১৭\times১০৪}{২৫\times১০৪} = \frac{১৭৬৮}{২৬০০}$

২য় ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে, $\frac{২৬০০}{৪০} = ৬৫$

$\therefore \frac{২৩}{৪০} = \frac{২৩\times৬৫}{৪০\times৬৫} = \frac{১৪৯৫}{২৬০০}$

৩য় ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে, $\frac{২৬০০}{৬৫} = ৪০$

$\therefore \frac{৫১}{৬৫} = \frac{৫১\times৪০}{৬৫\times৪০} = \frac{২০৪০}{২৬০০}$

৪র্থ ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে, $\frac{২৬০০}{১৩০} = ২০$

$\therefore \frac{৬৭}{১৩০} = \frac{৬৭\times২০}{১৩০\times২০} = \frac{১৩৪০}{২৬০০}$

$\therefore$ সমহর বিশিষ্ট ভগ্নাংশ $\frac{১৭৬৮}{২৬০০}, \frac{১৪৯৫}{২৬০০}, \frac{২০৪০}{২৬০০}, \frac{১৩৪০}{২৬০০}$ এর লবগুলোর মধ্যে তুলনা করে পাই,

$$২০৪০ > ১৭৬৮ > ১৪৯৫ > ১৩৪০$$

$$\therefore \frac{২০৪০}{২৬০০} > \frac{১৭৬৮}{২৬০০} > \frac{১৪৯৫}{২৬০০} > \frac{১৩৪০}{২৬০০}$$

অর্থাৎ $\frac{৫১}{৬৫} > \frac{১৭}{২৫} > \frac{২৩}{৪০} > \frac{৬৭}{১৩০}$

$\therefore$ প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর মানের অধঃক্রম অনুসারে সাজিয়ে পাই, $\frac{৫১}{৬৫}, \frac{১৭}{২৫}, \frac{২৩}{৪০}, \frac{৬৭}{১৩০}$ (উত্তর)

০৩। এমন তিনটি সংখ্যা নির্ণয় করুন যাদের প্রত্যেক জোড়া সহমৌলিক এবং যাদের প্রথম দুটির গুণফল ৪৩৭ এবং শেষ দুটির গুণফল ৫৫১।

সমাধান : ধরি, সংখ্যাত্রয় যথাক্রমে ক, খ ও গ; যেখানে, ক ও খ পরস্পর সহমৌলিক।

অনুরূপভাবে, খ ও গ এবং ক ও গ পরস্পর সহমৌলিক।

প্রশ্নমতে, ক × খ = ৪৩৭ .... (i)

এবং খ × গ = ৫৫১ .... (ii)

(i) ÷ (ii) হতে, $\frac{ক}{গ} = \frac{২৩}{২৯}$

এখানে পর্যবেক্ষণ থেকে বলা যায়, ক = ২৩ এবং গ = ২৯ যারা পরস্পর সহমৌলিক।

এবার, (i) -এ ক = ২৩ বসিয়ে পাই, খ = ১৯

অতএব, সংখ্যাত্রয় যথাক্রমে ২৩, ১৯ ও ২৯ (উত্তর)

০৪। ৫৬৭২৮ জন সৈন্য থেকে কমপক্ষে কতজন সৈন্য সরিয়ে রাখলে বা তাদের সাথে কমপক্ষে আর কত জন সৈন্য যোগ দিলে সৈন্য দলকে বর্গাকারে সাজানো যাবে?

সমাধান :

```
       ৫ ৬৭ ২৮ | ২৩৮
       ৪
    ৪৩ | ১ ৬৭
       | ১ ২৯
   ৪৬৮ | ৩৮২৮
       | ৩৭৪৪
           ৮৪
```

৫৬৭২৮ সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ নয়। সংখ্যাটি থেকে ৮৪ বিয়োগ করলে (৫৬৭২৮ − ৮৪) = ৫৬৬৪৪ সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ হবে।

$\therefore$ সৈন্যদল হতে ৮৪ জন সৈন্য সরিয়ে রাখলে বর্গাকারে সাজানো যাবে।

আবার, ৫৬৭২৮ এর সাথে একটি ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যোগ করলে সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ হবে।

এখানে, ২৩৮ + ১ = ২৩৯ -এর বর্গসংখ্যা থেকে ৫৬৭২৮ বিয়োগ করলে নির্ণেয় সংখ্যা পাওয়া যাবে।

$\therefore$ নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি = (২৩৯ × ২৩৯) − ৫৬৭২৮

= ৫৭১২১ − ৫৬৭২৮ = ৩৯৩

$\therefore$ ৩৯৩ জন সৈন্য যোগ দিলে সৈন্যদলকে বর্গাকারে সাজানো যাবে।

উত্তর : ৮৪ জন সরালে অথবা ৩৯৩ জন যোগ দিলে সৈন্যদলকে বর্গাকারে সাজানো যাবে।

০৫। প্রথম ঝুড়িতে ১৫৯ টি আম, দ্বিতীয় ঝুড়িতে ২২৭ টি জাম এবং তৃতীয় ঝুড়িতে ৪০১ টি লিচু আছে।

(i) ১৫৯ এর গুণনীয়ক গুলো নির্ণয় করে মৌলিক গুণনীয়ক গুলো আলাদা করুন।

(ii) যদি ৯ টি আম, ৭ টি জাম, ১ টি লিচু পঁচে যায় তবে অবশিষ্ট ফলের সংখ্যার ল.সা.গু. ইউক্লিডীয় পদ্ধতিতে নির্ণয় করুন।

(iii) সর্বাধিক কত জন বালকের মধ্যে ফলগুলো সমান ভাবে ভাগ করে দিলে ৩টি আম, ৬ টি জাম ও ১১ টি লিচু অবশিষ্ট থাকবে?

সমাধান : (i) ১৫৯ = ১ × ১৫৯ = ৩ × ৫৩

১৫৯ এর গুণনীয়ক গুলো হলো ১, ৩, ৫৩ ও ১৫৯ এদের মধ্যে মৌলিক গুণনীয়ক ৩ এবং ৫৩।

সমাধান : (ii) ১ম ঝুড়িতে ভালো আমের সংখ্যা = ১৫৯ − ৯ = ১৫০

২য় ঝুড়িতে ভালো জামের সংখ্যা = ২২৭ − ৭ = ২২০

৩য় ঝুড়িতে ভালো লিচুর সংখ্যা = ৪০১ − ১ = ৪০০

এখন,

২ | ১৫০, ২২০, ৪০০
২ | ৭৫, ১১০, ২০০
৫ | ৭৫, ৫৫, ১০০
৫ | ১৫, ১১, ২০
 ৩, ১১, ৪

∴ ১৫০, ২২০ ও ৪০০ এর ল.সা.গু.

= ২ × ২ × ৫ × ৫ × ৩ × ১১ × ৪

= ১৩২০০

সমাধান : (iii) এখানে, ১৫৯ − ৩ = ১৫৬, ২২৭ − ৬ = ২২১

৪০১ − ১১ = ৩৯০

∴ নির্ণেয় বালকের সংখ্যা হবে ১৫৬, ২২১ ও ৩৯০ এর গ.সা.গু.।

এখন,

২ | ১৫৬
২ | ৭৮
৩ | ৩৯
 ১৩

অতএব, ১৫৬ = ২ × ২ × ৩ × ১৩

১৩ | ২২১
 ১৭

অতএব, ২২১ = ১৩ ×১৭

২ | ৩৯০
৩ | ১৯৫
৫ | ৬৫
 ১৩

অতএব, ৩৯০ = ২ × ৩ × ৫ × ১৩

অতএব, ১৫৬, ২২১ ও ৩৯০ এর মৌলিক গুণনীয়ক = ১৩

∴ নির্ণেয় বালকের সংখ্যা ১৩টি। (উত্তর)

প্র্যাক্টিস প্রবলেম

০১। $\frac{৬}{৭}, \frac{৭}{৯}, \frac{১৬}{২১}, \frac{৫০}{৬৩}$ ভগ্নাংশগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রম অনুসারে সাজান। [উত্তর : $\frac{১৬}{২১}, \frac{৭}{৯}, \frac{৫০}{৬৩}, \frac{৬}{৭}$]

০২। $\frac{৩}{৪}, \frac{৬}{৭}, \frac{৭}{৮}, \frac{৫}{১২}$ ভগ্নাংশগুলোকে মানের অধঃক্রম অনুসারে সাজান। [উত্তর : $\frac{৭}{৮}, \frac{৬}{৭}, \frac{৩}{৪}, \frac{৫}{১২}$]

০৩। দুইটি সংখ্যার যোগফল ৫৬ ও ল.সা.গু. ৯৬। সংখ্যা দুইটি নির্ণয় করুন। [উত্তর : ২৪ ও ৩২]

০৪। কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যার সাথে ৩ যোগ করলে যোগফল ২১, ২৫, ২৭ ও ৩৫ দ্বারা বিভাজ্য হয়? [উত্তর : ৪৭২২]

০৫। কোন বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা ৩৬৫ ও ৪৬৩ কে ভাগ করলে ভাগশেষ যথাক্রমে ৫ ও ৭ থাকে? [উত্তর : ২৪]

০৬। কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যার সাথে ৫ যোগ করলে যোগফল ১৬, ২৪ ও ৩২ দিয়ে নিঃশেষে বিভাজ্য হবে? [উত্তর : ৯১]

০৭। দুইটি সংখ্যার গুণফল ৩৩৮০ এবং গ.সা.গু. ১৩। সংখ্যা দুইটির ল.সা.গু. নির্ণয় করুন। [উত্তর : ২৬০]

০৮। দুইটি সংখ্যার গ.সা.গু. ১২ এবং অন্তর ২৪। এরূপ ক্ষুদ্রতম সংখ্যাযুগল নির্ণয় করুন। [উত্তর : ১২ ও ৩৬]

০৯। দুইটি সংখ্যার গ.সা.গু. এবং ল.সা.গু. যথাক্রমে ৫ ও ৮৫ । একটি সংখ্যা ২৫ হলে অপরটি কত? [উত্তর:১৭]

১০। দুইটি সংখ্যার গ.সা.গু., অন্তর ও ল.সা.গু. যথাক্রমে ১২, ৬০ ও ২৪৪৮। সংখ্যা দুটি নির্ণয় করুন। [উত্তর : ২০৪ ও ১৪৪]

১১। কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে ৪, ৬, ১০ ও ১৬ দ্বারা ভাগ করলে যথাক্রমে ২, ৪, ৮, ১৪ অবশিষ্ট থাকে। [উত্তর : ২৩৮]

১২। দুইটি সংখ্যার গ.সা.গু. ১৪, ল.সা.গু. ১৬৮। এরূপ সকল সংখ্যাযুগল নির্ণয় করুন। [উত্তর : সকল সংখ্যাসমূহ ১৪ ও ১৬৮ এবং ৪২ ও ৫৬]

১৩। পাঁচটি ঘণ্টা একত্রে বেজে পরে যথাক্রমে ৩, ৫, ৭, ৮ ও ১০ সেকেন্ড অন্তর অন্তর বাজতে লাগল। কতক্ষণ পর ঘণ্টাগুলো পুনরায় একত্রে বাজবে? [উত্তর : ১৪ মিনিট পরে]

১৪। চারটি লাইট প্রথমে একত্রে জ্বলে উঠে প্রতি ৬, ৯, ১২ ও ১৫ সেকেন্ড অন্তর অন্তর জ্বলতে লাগল। ন্যূনতম কতক্ষণ পরে ঘণ্টাগুলো আবার একত্রে বাজবে? [উত্তর : ৩ মিনিট]

১৫। কোনো লোককে ৩.২৫ টাকা, ৪.৭৫ টাকা এবং ১১.৫০ টাকা এক ধরনের মুদ্রা দ্বারা পরিশোধ করতে হলে সবচেয়ে বড় কত পয়সার মুদ্রার প্রয়োজন? [উত্তর : ২৫ পয়সা]

১৬। কোনো বিদ্যালয়ের ২৭০৪ জন শিক্ষার্থীকে প্রাত্যহিক সমাবেশ করার জন্য বর্গাকারে সাজানো হলো। প্রত্যেক সারিতে শিক্ষার্থীর সংখ্যা কত? [উত্তর: ৫২জন]