

অষ্টম শ্রেণি প্যাঠালাল TEXT গণিত

মার্বিক ব্যবস্থাপনায়
উদ্বাম ম্যাথ টিউ
অনুপ্রেরণা ও সহযোগিতায়
মাহমুদুল হাসান সোহাগ
মুহাম্মদ আবুল হাসান লিটন

কৃতজ্ঞতা
উদ্বাম-উল্লেষ-উত্তরণ
শিক্ষা পরিবারের সকল সদস্য

প্রকাশনায়
উদ্বাম একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার
প্রকাশকাল
সর্বশেষ সংস্করণ: জানুয়ারি, ২০২৫ ইং



কপিরাইট © উদ্বাম

সমস্ত অধিকার সংরক্ষিত। এই বইয়ের কোনো অংশই প্রতিষ্ঠানের লিখিত অনুমতি
ব্যতীত ফটোকপি, রেকর্ডিং, বৈদ্যুতিক বা যান্ত্রিক পদ্ধতিসহ কোনো উপায়ে
পুনরুৎপাদন বা প্রতিলিপি, বিতরণ বা প্রেরণ করা যাবে না। এই শর্ত লজ্জিত হলে
উপযুক্ত আইনি ব্যবস্থা গ্রহণ করা হবে।

উৎসর্গ

“আমরা চলিব পশ্চাতে ফেলি পচা অতীত,
গিরি-গুহা ছাড়ি খোলা প্রান্তৰে গাহিব গীত।”

শোষণ ও বৈশম্যের বিরুদ্ধে ছাত্র-জনতার সাহসিকতা ও বীরত্বগাথা
যেন রূপকথার এক মহাকাব্য। অন্যায় ও অসাম্যের বিরুদ্ধে
তাদের প্রতিটি পদক্ষেপ ছিল অন্ধকারে এক দীপ্তিময়
আলোকবর্তিকা। তারা প্রমাণ করেছে, কোনো কালেই কোনো অসম
কাঠামো টিকে থাকতে পারেনি, পারবেও না। সেই সাহসের জ্যোতিতে
আলোকিত হয়েই রচিত হবে সম্ভাবনাময় আগামীর নতুন ভোর।

বৈশম্যবিরোধী ছাত্র আন্দোলনের এই অদম্য চেতনা
শিক্ষার্থী ও জনসাধারণের অন্তরে
জাগ্রত থাকুক, অনুপ্রেরণা
হয়ে...

সূচিপত্র

গণিত



ক্.নং

অধ্যায়

পৃষ্ঠা



০১

অধ্যায় ০১: প্যাটার্ন

০১-১৮



০২

অধ্যায় ০২: মুনাফা

১৯-৪৩



০৩

অধ্যায় ০৩: পরিমাপ

৪৪-৭১



০৪

অধ্যায় ০৪: বীজগণিতীয় সূত্রাবলি ও প্রয়োগ

৭২-১১১



০৫

অধ্যায় ০৫: বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ

১১২-১৩৯



০৬

অধ্যায় ০৬: সরল সহসমীকরণ

১৪০-১৬৪



০৭

অধ্যায় ০৭: সেট

১৬৫-১৮৫



০৮

অধ্যায় ০৮: চতুর্ভুজ

১৮৬-২২৪



০৯

অধ্যায় ০৯: পিথাগোরাসের উপপাদ্য

২২৫-২৪৪



১০

অধ্যায় ১০: বৃত্ত

২৪৫-২৬৭



১১

অধ্যায় ১১: তথ্য ও উপাত্ত

২৬৮-৩০৮

পারস্পরিক সহযোগিতা-ই পারে পৃথিবীকে আরও সুন্দর করতে...

সুপ্রিয় শিক্ষার্থী,

আশা করি, ‘Parallel Text অষ্টম’ তোমাদের কাছে অনেক বেশি উপকারী হিসেবে বিবেচিত হবে ইনশাআল্লাহ্। বইটি সম্পূর্ণ ক্রটিমুক্ত রাখতে আমরা চেষ্টার কোনো ক্রটি করি নাই। তবুও কারো দৃষ্টিতে কোনো ভুল ধরা পড়লে নিম্নে উল্লিখিত ই-মেইল এ অবহিত করলে কৃতজ্ঞ থাকবো এবং আমরা তা পরবর্তী সংস্করণে সংশোধন করে নিব ইনশাআল্লাহ্।

Email : solutionpt.udvash@gmail.com

Email-এ নিম্নলিখিত বিষয়গুলো উল্লেখ করতে হবে:

- (i) “Parallel Text” এর বিষয়ের নাম, (ii) ভার্সন
(বাংলা/ইংলিশ), (iii) অধ্যায়, (iv) পৃষ্ঠা নম্বর, (v) প্রশ্ন নম্বর,
(vi) ভুলটা কী, (vii) কী হওয়া উচিত বলে তোমার মনে হয়।

উদাহরণ: ‘Parallel Text অষ্টম শ্রেণি’ গণিত, বাংলা ভার্সন,
অধ্যায়-০১, পৃষ্ঠা-০৭, প্রশ্ন-০১, দেওয়া আছে, ‘০৫’ কিন্তু হবে
‘১০’।

ভুল ছাড়াও মান উল্লয়নে যেকোন পরামর্শ আন্তরিকভাবে গ্রহণ
করা হবে। পরিশেষে মহান আল্লাহর নিকট তোমাদের সাফল্য
কামনা করছি।

শুভ কামনায়
উদ্বাম ম্যাথ টিম



অধ্যায় ০১

প্যাটার্ন

অধ্যয়-০১



আমিন অষ্টম শ্রেণিতে পড়ে। ফেরুজারি মাসে সে তার বাবার কাছে বই মেলায় যাওয়ার আবদার করলো। তার বাবা রাজি হলেন, কিন্তু একটি শর্ত সাপেক্ষে। তিনি বললেন ১ থেকে ১০০ পর্যন্ত সকল সংখ্যার সমষ্টি দ্রুত বের করতে হবে। যদি এই যোগফল দ্রুত সময়ের মধ্যে বলতে পারে ত ই তার বাবা তাকে বই মেলায় নিয়ে যাবেন। কীভাবে ১ থেকে ১০০ পর্যন্ত সকল সংখ্যার সমষ্টি দ্রুত বের করা যায় তা নিয়ে ভাবতে থাকলো আমিন। এই সমষ্টি দ্রুত বের করার সহজ উপায় আছে কি বা কোনো গাণিতিক কৌশল কি ব্যবহার করা যায়? চলো এই অধ্যয়ের পরবর্তী অংশ পড়ে তা জেনে নেই।



বিভিন্ন ধরনের প্যাটার্ন



সংজ্ঞা

প্যাটার্ন: নির্দিষ্ট পন্থায় কোনো কিছু (সংখ্যা, নকশা বা যেকোনো গাণিতিক বিষয়) সাজানোকে গণিতে প্যাটার্ন বলা হয়।

প্যাটার্ন আমাদের জীবনের সঙ্গে জুড়ে আছে নানাভাবে। বিশেষ করে সংখ্যা প্যাটার্ন চিনতে পারা- এটি গাণিতিক সমস্যা সমাধানে দক্ষতা অর্জনের গুরুত্বপূর্ণ অংশ। প্যাটার্নের বিষয়বস্তুকে অনেকভাবে সাজানো যেতে পারে।

যেমন: আকৃতি বিন্যাস:

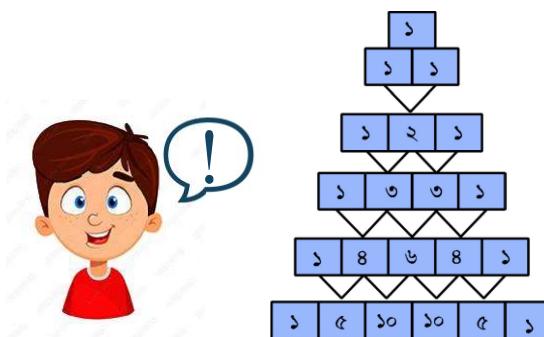


আবার, সংখ্যার গাণিতিক বিন্যাস: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,

2, 4, 8, 16, 32, 64,

এরকম নানা ধরনের প্যাটার্ন রয়েছে। সকল প্যাটার্নই একটি বিশেষ নিয়ম মেনে সাজানো হয়।

চিত্রটি দেখো, যেখানে কতগুলো সংখ্যা ত্রিভুজাকারে সাজানো হয়েছে। সাজানোর নিয়মটি হলো প্রতিটি লাইনের শুরুতে ও শেষে ১ থাকবে এবং লাইনের অন্য সংখ্যাগুলো উপরের দুটি পাশাপাশি সংখ্যার যোগফলের সমান। যোগফল সাজানোর এই নিয়মটি একটি প্যাটার্ন সৃষ্টি করেছে।





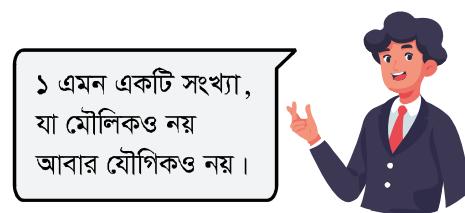
Type-01: মৌলিক সংখ্যা নির্ণয়

যেসকল সংখ্যাকে ১ এবং ঐ সংখ্যাটি ছাড়া অন্য কোনো সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা যায় না সেসকল সংখ্যাকে মৌলিক সংখ্যা বলে। যদি অন্য কোনো সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা যায় তবে ঐ সংখ্যাকে যৌগিক সংখ্যা বলে। যেমন: ১৩ সংখ্যাটিকে ১ ও ১৩ ছাড়া অন্য কোনো সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা যায় না, তাই ১৩ একটি মৌলিক সংখ্যা। আবার ২১ সংখ্যাটিকে ১ ও ২১ ছাড়াও ৩ ও ৭ দ্বারা ভাগ করা যায়। সুতরাং ২১ একটি যৌগিক সংখ্যা।

ইরাটোস্থিনিস ছাঁকনির সাহায্যে সহজেই মৌলিক সংখ্যা নির্ণয় করা যায়। ১ থেকে ১০০ পর্যন্ত স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো একটি চাটে লিখি। ১ কে গোল দাগ দিই। কারণ ১ মৌলিক সংখ্যা নয়।

অতঃপর সবচেয়ে ছেট মৌলিক সংখ্যা ২ এর গুণিতকগুলো (যে সংখ্যাগুলোকে ২ দ্বারা ভাগ করা যায়) কেটে দিই। এরপর ক্রমান্বয়ে ৩, ৫ এবং ৭ ইত্যাদি মৌলিক সংখ্যার গুণিতকগুলো কেটে দিই। একটি সংখ্যা একবার কাটা গেলে তাকে পরবর্তীতে আর কাটা লাগবে না। ছকে যে সংখ্যাগুলো অবশিষ্ট রইল সেগুলো মৌলিক সংখ্যা।

১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯	১০
১১	১২	১৩	১৪	১৫	১৬	১৭	১৮	১৯	২০
২১	২২	২৩	২৪	২৫	২৬	২৭	২৮	২৯	৩০
৩১	৩২	৩৩	৩৪	৩৫	৩৬	৩৭	৩৮	৩৯	৪০
৪১	৪২	৪৩	৪৪	৪৫	৪৬	৪৭	৪৮	৪৯	৫০
৫১	৫২	৫৩	৫৪	৫৫	৫৬	৫৭	৫৮	৫৯	৬০
৬১	৬২	৬৩	৬৪	৬৫	৬৬	৬৭	৬৮	৬৯	৭০
৭১	৭২	৭৩	৭৪	৭৫	৭৬	৭৭	৭৮	৭৯	৮০
৮১	৮২	৮৩	৮৪	৮৫	৮৬	৮৭	৮৮	৮৯	৯০
৯১	৯২	৯৩	৯৪	৯৫	৯৬	৯৭	৯৮	৯৯	১০০



১ এমন একটি সংখ্যা,
যা মৌলিকও নয়
আবার যৌগিকও নয়।

জেনে রাখো

গণিতে, ইরাটোস্থিনিস ছাঁকনি হলো একটি নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে মৌলিক সংখ্যাসমূহ নির্ণয়ের প্রাচীন অ্যালগরিদম।

২ থেকে শুরু করে এক এক করে যৌগিক সংখ্যা বা মৌলিক সংখ্যার গুণিতকসমূহ চিহ্নিত করে এটি কাজ করে।

- ১ থেকে ১০০ এর মধ্যে মোট ২৫ টি মৌলিক সংখ্যা আছে। প্রতি ১০ টি সংখ্যার মাঝে কতটি মৌলিক সংখ্যা আছে, তা আমরা নিম্নে ছক থেকে দেখে নিই।

সংখ্যা	০-১০	১১-২০	২১-৩০	৩১-৪০	৪১-৫০	৫১-৬০	৬১-৭০	৭১-৮০	৮১-৯০	৯১-১০০
মৌলিক সংখ্যা	৪ টি	৪ টি	২ টি	২ টি	৩ টি	২ টি	২ টি	৩ টি	২ টি	১ টি

মৌলিক গুণনীয়ক নির্ণয়

কোনো সংখ্যার গুণনীয়ক হলো যে সংখ্যা দ্বারা ঐ সংখ্যাকে ভাগ করলে কোনো ভাগশেষ থাকে না। গুণনীয়কের অপর নাম উৎপাদক। তাহলে মৌলিক গুণনীয়ক হলো সেই সকল মৌলিক সংখ্যা যা দ্বারা কোনো সংখ্যাকে ভাগ করলে আর ভাগশেষ থাকে না অর্থাৎ উৎপাদকটি মৌলিক সংখ্যা হবে। কয়েকটি উদাহরণ দেখা যাক:





Example-01: ২০ এর মৌলিক গুণনীয়ক বের কর।

সমাধান: $1 \times 20 = 20$

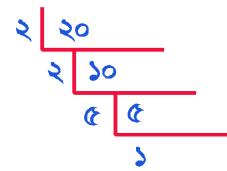
$$2 \times 10 = 20$$

$$8 \times 5 = 20$$

$$5 \times 8 = 20$$

$$10 \times 2 = 20$$

$$20 \times 1 = 20$$



এখানে, ২০ এর গুণনীয়কসমূহ- ১, ২, ৪, ৫, ১০ ও ২০।

গুণনীয়কসমূহের মধ্যে ২ ও ৫ মৌলিক সংখ্যা।

∴ ২০ এর মৌলিক গুণনীয়ক ২ ও ৫।

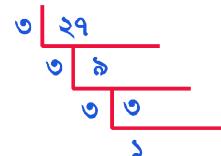
Example-02: ২৭ এর মৌলিক গুণনীয়ক বের করো।

সমাধান: $1 \times 27 = 27$

$$3 \times 9 = 27$$

$$9 \times 3 = 27$$

$$27 \times 1 = 27$$



এখানে, ২৭ এর গুণনীয়কসমূহ- ১, ৩, ৯ ও ২৭।

গুণনীয়কসমূহের মধ্যে ৩ মৌলিক সংখ্যা।

∴ ২৭ এর মৌলিক গুণনীয়ক ৩।

Type-02: সংখ্যা শ্রেণির নির্দিষ্ট সংখ্যা নির্ণয়

সংখ্যা শ্রেণি বলতে প্যাটার্নবিশিষ্ট কিছু সংখ্যাকে বুঝানো হয়। এক্ষেত্রে শ্রেণিতে থাকা যেকোনো সংখ্যা নির্ধারিত হয় বিশেষ কোনো সূত্র বা নিয়ম অনুসারে। এই সূত্র বা নিয়ম সরাসরি দেওয়া না থাকলে পর্যবেক্ষণে করে খুঁজে বের করতে হয়।

চলো কিছু উদাহরণ লক্ষ করি।

Example-03: সংখ্যাগুলোর পরবর্তী তিনটি সংখ্যা নির্ণয় কর: ২, ৮, ১৪, ২০,

সমাধান: প্রদত্ত সংখ্যাগুলো +6 +6 +6

পাশাপাশি দুইটি সংখ্যার ব্যবধান = $8 - 2 = 14 - 8 = 20 - 14 = 6$ ।

অর্থাৎ প্রতিবার ৬ করে বৃদ্ধি পাচ্ছে। অতএব, সংখ্যা তিনটি যথাক্রমে $20 + 6 = 26$, $26 + 6 = 32$, $32 + 6 = 38$ ।

Example-04: সংখ্যাগুলোর পরবর্তী দুইটি সংখ্যা নির্ণয় কর: ৫, ৯, ১৬, ৩৯,

সমাধান: প্রদত্ত সংখ্যাগুলো +4 +7 +10 +13

পাশাপাশি দুইটি সংখ্যার পার্থক্য: ৪, ৭, ১০, ১৩ [দেখা যাচ্ছে এই সংখ্যাগুলোর পার্থক্য ৩ করে করে বৃদ্ধি পাচ্ছে]

অর্থাৎ প্রতিবার পার্থক্য ৩ করে বৃদ্ধি পাচ্ছে। তাহলে পরবর্তী সংখ্যা নির্ণয়ের ক্ষেত্রে পার্থক্যের সাথে ৩ বৃদ্ধি করে নির্ণয় করতে হবে।

অতএব, পরবর্তী সংখ্যা দুইটি হবে যথাক্রমে $39 + (13 + 3) = 55$ এবং $55 + (16 + 3) = 74$ ।

Example-05: সংখ্যাগুলোর পরবর্তী সংখ্যাটি নির্ণয় কর: ২, ৬, ৮, ১৪, ২২,

সমাধান: প্রদত্ত সংখ্যাগুলো ২, ৬, ৮, ১৪, ২২,
 (2+6) (6+8) (8+14)

প্রদত্ত সংখ্যাগুলো লক্ষ করলে দেখা যায় পরপর দুইটি সংখ্যার যোগফল পরবর্তী সংখ্যাটির সমান। অতএব, পরবর্তী সংখ্যাটি হবে $= 14 + 22 = 36$ ।





ফিবোনাকি সংখ্যা

০, ১, ১, ২, ৩, ৫, ৮, ১৩, ২১, ৩৪, এই সংখ্যাগুলোকে ফিবোনাকি সংখ্যা বলে। সংখ্যাগুলোতে কি কোনো প্যাটার্ন খুঁজে পাও? তোমরা যদি লক্ষ কর, তবে দেখবে পরপর দুটি সংখ্যার যোগফল তার পরবর্তী সংখ্যার সমান।

$$\begin{array}{c}
 \text{1+1} & \text{2+3} & \text{5+8} \\
 \text{0, } \textcolor{red}{1}, \textcolor{red}{1} & \textcolor{red}{2}, \textcolor{red}{3}, \textcolor{red}{5}, \textcolor{red}{8}, \textcolor{red}{13} & \dots \dots \dots \\
 \text{0+1} & \text{1+2} & \text{3+5}
 \end{array}$$

এখনে, ১ম পদ = ০

২য় পদ = ১

$$\therefore \text{৩য় পদ} = 1\text{ম পদ} + 2\text{য় পদ} = 0+1 = 1$$

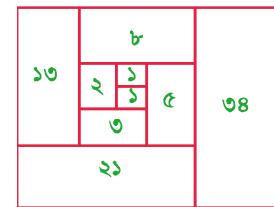
$$\therefore \text{৪র্থ পদ} = 2\text{য় পদ} + 3\text{য় পদ} = 1+1 = 2$$

$$\therefore 5 = 3\text{য় পদ} + 4\text{র্থ পদ} = 1+2 = 3$$

$$\therefore n\text{ তম পদ } f_n \text{ হলে, } f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$$

$$\text{যেমন: } f_3 = f_2 + f_1 = 1+0 = 1$$

তাহলে এখন বুঝতে পারছো ৩৪ এর পরবর্তী সংখ্যটি হবে ২১ ও ৩৪ এর যোগফল ৫৫। এভাবে করে তোমরা ফিবোনাকি ধারার সংখ্যাগুলি বের করে ফেলতে পারবে।



Example-06: ০ থেকে ১০০ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর মধ্যে যে সংখ্যাগুলো ফিবোনাকি প্যাটার্নে অন্তর্ভুক্ত তাদের লেখ।

সমাধান:

০+১=১	১৩+২১=৩৪
১+১=২	২১+৩৪=৫৫
১+২=৩	৩৪+৫৫=৮৯
২+৩=৫	৫৫+৮৯=১৪৪ যা ১০০ হতে বড়।
৩+৫=৮	অর্থাৎ ০ থেকে ১০০ এর মধ্যে ফিবোনাকি সংখ্যাগুলো হল:
৫+৮=১৩	০, ১, ১, ২, ৩, ৫, ৮, ১৩, ২১, ৩৪, ৫৫, ৮৯
৮+১৩=২১	

Example-07: ০, ১, ১, ২, ৩, ৫, ৮, ১৩, ২১, ৩৪ সংখ্যাগুলোকে ফিবোনাকি সংখ্যা বলা হয়। সংখ্যাগুলোতে কোনো প্যাটার্ন দেখতে পাও কি?

[কাজ পৃ. নং-৩]

সমাধান: লক্ষ কর:

$$\begin{array}{ccccccccc}
 2 & \text{পাওয়া যায় এর পূর্ববর্তী} & \text{দুইটি} & \text{সংখ্যা} & \text{যোগ করে তথা} & (1+1) & = 2 \\
 3 & " & " & " & " & " & (1+2) & = 3 \\
 21 & " & " & " & " & " & (8+13) & = 21
 \end{array}$$

Example-08: ২১, ৩৪ এর পরবর্তী দশটি ফিবোনাকি সংখ্যা বের কর।

[কাজ পৃ. নং-৩]

সমাধান: প্রদত্ত তালিকার পরবর্তী দশটি ফিবোনাকি সংখ্যা বের করা হলো:

১১ তম	ফিবোনাকি সংখ্যাটি	= ২১ + ৩৪ = ৫৫
১২ তম	" "	= ৩৪ + ৫৫ = ৮৯
১৩ তম	" "	= ৫৫ + ৮৯ = ১৪৪
১৪ তম	" "	= ৮৯ + ১৪৪ = ২৩৩
১৫ তম	" "	= ১৪৪ + ২৩৩ = ৩৭৭
১৬ তম	" "	= ২৩৩ + ৩৭৭ = ৬১০
১৭ তম	" "	= ৩৭৭ + ৬১০ = ৯৮৭
১৮ তম	" "	= ৬১০ + ৯৮৭ = ১৫৯৭
১৯ তম	" "	= ৯৮৭ + ১৫৯৭ = ২৫৮৪
২০ তম	" "	= ১৫৯৭ + ২৫৮৪ = ৪১৮১





Type-03: সংখ্যার যোগফল সংক্রান্ত সমস্যাবলি

ঠিকানা

এই অধ্যায়ের শুরুতে আমিনের বাবা আমিনকে বলেছিলো ১ থেকে ১০০ পর্যন্ত সকল স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি দ্রুত বের করতে। অর্থাৎ তাকে, $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 98 + 99 + 100$ এই যোগফল নির্ণয় করতে হবে। লক্ষ করে দেখ ১০০ ও ১ এর যোগফল ১০১। আবার ৯৯ ও ২ এর যোগফলও ১০১। অর্থাৎ ১ম ও শেষ পদের যোগফল, ২য় ও শেষ পদের আগের পদের যোগফল একই। একইভাবে শুরুর দিকের ৩য় পদ (৩) ও শেষের দিক থেকে ৩য় পদ (৯৮) এরও যোগফল ১০১ হবে।

$$(1, 100), (2, 99), (3, 98), \dots, (50, 51)$$

$\underbrace{101} \quad \underbrace{101} \quad \underbrace{101} \quad \underbrace{101}$

আমিন এই প্যাটার্ন অনুসারে মোট ৫০ জোড়া সংখ্যা পাবে যেখানে প্রত্যেক জোড়ার যোগফল ১০১। সুতরাং যোগফল হচ্ছে $101 \times 50 = 5050$ । তাহলে চলো এরকম কিছু সংখ্যার যোগফল নিয়ে আলোচনা করি।

Case-01: স্বাভাবিক ক্রমিক সংখ্যার যোগফল নির্ণয়

এখন আমরা স্বাভাবিক ক্রমিক সংখ্যার যোগফল নির্ণয়ের সূত্র বের করবো।

মনে করি, ১ থেকে ১০ পর্যন্ত ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যাগুলোর যোগফল x

$$\text{অর্থাৎ } x = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$

এখন, প্রদত্ত যোগফলের সাথে সংখ্যাগুলো বিপরীত ক্রমে লিখে যোগ করি,

$$x = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$

$$x = 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$$

$$(+) \quad 2x = (1 + 10) + (2 + 9) + (3 + 8) + (4 + 7) + (5 + 6) + (6 + 5) + (7 + 4) + (8 + 3) + (9 + 2) + (10 + 1)$$

[দেখতে পাচ্ছি প্রত্যেকটি যোগফল ১১ এবং এমন যোগফল আছে মোট ১০টি।]

$$\text{বা, } 2x = (1 + 10) \times 10; \text{ বা, } x = \frac{(1+10) \times 10}{2} \therefore \text{ যোগফল} = \frac{(\text{প্রথম সংখ্যা} + \text{শেষ সংখ্যা}) \times \text{পদসংখ্যা}}{2}$$

$$\text{একই ভাবে } 1 \text{ থেকে } 100 \text{ পর্যন্ত সকল সংখ্যার যোগফল } \frac{(1+100)}{2} \times 100 = 101 \times 50 = 5050$$



$$2 + 5 + 8 + 11 + 14 + 17 + 20 + 23 + 26 + 29$$

এক্ষেত্রে, সংখ্যাগুলো স্বাভাবিক সংখ্যা। তবে ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যা নয়। কেননা পাশাপাশি দুইটি সংখ্যার পার্শ্বক্য সর্বদা ৩ থাকছে।

লক্ষ কর, এখানে ২ ও ২৯ এর যোগফল ৩১। আবার, ৫ ও ২৬ এর যোগফলও ৩১। অর্থাৎ, ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফলের মতো এক্ষেত্রেও প্রথম ও শেষ পদের যোগফল এবং ২য় ও শেষ পদের আগের পদের যোগফল একই।

$$\begin{array}{c} 2, 29, 5, 26, 8, 23, 11, 20, 18, 17 \\ \hline 31, 31, 31, 31, 31 \end{array}$$

এই প্যাটার্ন অনুসারে ৫ জোড়া সংখ্যা পাওয়া যাচ্ছে। যাদের প্রত্যেকের যোগফল ৩১। সুতরাং মোট যোগফল = $5 \times 31 = 155$

$$\text{যোগফলটিকে সূত্রের সাহায্যে লিখলে দাঁড়ায়, } \frac{31 \times 10}{2} = \frac{(2+29) \times 10}{2} = \frac{(\text{প্রথম পদ} + \text{শেষপদ}) \times \text{পদসংখ্যা}}{2}$$

Example-09: ১ থেকে ২০ পর্যন্ত ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যাগুলোর যোগফল নির্ণয় কর।

$$\text{সমাধান: প্রথম সংখ্যা} = 1$$

$$\text{শেষ সংখ্যা} = 20$$

$$\text{পদ সংখ্যা} = 20$$

$$\therefore \text{ যোগফল} = \frac{(\text{প্রথম সংখ্যা} + \text{শেষ সংখ্যা}) \times \text{পদসংখ্যা}}{2}$$

$$= \frac{(1+20) \times 20}{2} = 21 \times 10 = 210$$





Example-10: ১ থেকে ১৫ পর্যন্ত ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যাগুলোর যোগফল বের করে সূত্র প্রতিষ্ঠা কর।

[কাজ পৃ. নং-৪]

সমাধান: মনে করি, ১ থেকে ১৫ পর্যন্ত ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যাগুলোর যোগফল ‘ক’।

$$\text{অর্থাৎ, } 1 + 2 + 3 + \dots + 15 = \text{ক}$$

প্রদত্ত যোগফলের সাথে সংখ্যাগুলো বিপরীত ক্রমে লিখে যোগ করে পাই,

$$\text{ক} = 1+2+3+\dots+15$$

$$\underline{\text{ক} = 15 + 14 + 13 + \dots + 1}$$

$$2\text{ক} = (1 + 15) + (2 + 14) + (3 + 13) + \dots + (15 + 1)$$

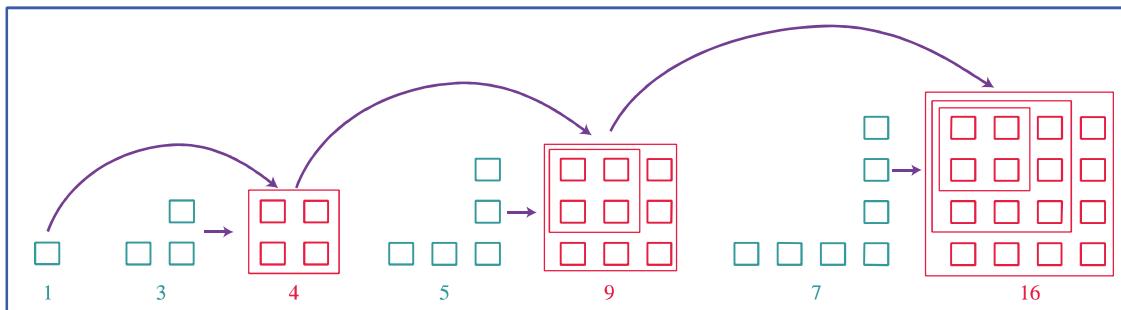
$$\Rightarrow 2\text{ক} = (1 + 15) \times 15; \Rightarrow \text{ক} = \frac{(1 + 15) \times 15}{2} = \frac{16 \times 15}{2} = 8 \times 15 = 120$$

$$\therefore \text{যোগফল} = \frac{(\text{প্রথম সংখ্যা} + \text{শেষ সংখ্যা}) \times \text{পদসংখ্যা}}{2}; \text{ইহাই ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল সূত্র।}$$

Case-02: ক্রমিক বিজোড় সংখ্যার যোগফল

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 = 100$$

এই যোগফল ক্যালকুলেটরে সহজেই বের করা যায়। কিন্তু যদি বলা হয় প্রথম ১০০ টি বিজোড় সংখ্যার যোগফল নির্ণয় কর। এটা কিন্তু কঠিন হবে। এটাকে সহজ করার জন্য সূত্র তৈরি করা যাক।



লক্ষ করি,

$$1 + 3 = 8,$$

$$8 \text{ একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা} = 2^2$$

$$1 + 3 + 5 = 9,$$

$$9 \text{ একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা} = 3^2$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 16,$$

$$16 \text{ একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা} = 4^2$$

প্রতিবার যোগফল একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা পাওয়া যায়। অর্থাৎ যত সংখ্যক ক্রমিক বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল হয় এই সংখ্যার বর্গ।

সূত্র হিসেবে বলা যায়, ' x ' সংখ্যক ক্রমিক স্বাভাবিক বিজোড় সংখ্যার যোগফল x^2 ।

একইভাবে, প্রথম ১০ টি স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল: $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 = 10^2 = 100$

Example-11: $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23 + 25 + 27 + 29$, এদের যোগফল বের কর।

সমাধান: প্রদত্ত সংখ্যাগুলোতে ক্রমিক স্বাভাবিক বিজোড় সংখ্যা আছে = ১৫ ট।

আমরা জানি, বিজোড় ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল $= x^2 = (15)^2 = 225$

Example-12: যোগফল বের কর: $1 + 8 + 7 + 10 + 13 + 16 + 19 + 22 + 25 + 28 + 31$

[কাজ পৃ. নং-৫]

সমাধান: এখানে, ১ থেকে শুরু করে ৩১ পর্যন্ত কিছু সংখ্যার যোগফল বের করতে বলা হয়েছে। লক্ষ কর, পাশাপাশি দুইটি সংখ্যার পার্থক্য সর্বদা ৩।

$$\therefore \text{নির্ণেয় যোগফল} = \frac{(\text{প্রথম সংখ্যা} + \text{শেষ সংখ্যা}) \times \text{পদ সংখ্যা}}{2}$$

এখানে, ১ম সংখ্যা = ১, শেষ সংখ্যা = ৩১ এবং পদ সংখ্যা = ১১

$$\therefore \text{যোগফল} = \frac{(1 + 31) \times 11}{2} = \frac{32 \times 11}{2} = 16 \times 11 = 176$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় যোগফল} = 176।$$





Case-03: যেকোনো সংখ্যাকে দুইটি স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টিরূপে প্রকাশ

কিছু স্বাভাবিক সংখ্যা রয়েছে যেগুলোকে দুইটি স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টিরূপে প্রকাশ করা যায়। যেমন,

$$2 = 1^2 + 1^2$$

$$5 = 1^2 + 2^2$$

$$8 = 2^2 + 2^2$$

$$10 = 1^2 + 3^2$$

$$13 = 2^2 + 3^2 \text{ ইত্যাদি।}$$

এভাবে ১ থেকে ১০০ এর মধ্যে ৩৫ টি সংখ্যাকে দুইটি স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের যোগফল হিসেবে প্রকাশ করা যায়। আবার কিছু স্বাভাবিক সংখ্যাকে দুই বা ততোধিক উপায়ে দুইটি স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টিরূপে প্রকাশ করা যায়।

$$\text{যেমন, } 50 = 1^2 + 7^2 = 5^2 + 5^2$$

$$65 = 1^2 + 8^2 = 8^2 + 7^2$$

Example-13: ১৩০, ১৭০, ১৮৫ কে দুইভাবে দুইটি বর্গের সমষ্টিরূপে প্রকাশ কর।

[কাজ পৃ. নং-৫]

সমাধান: (i) ১৩০ কে দুইটি বর্গের সমষ্টিরূপে প্রকাশ = $৯ + ১২১ = ৩^2 + ১১^2$

$$130 \text{ কে দুইটি বর্গের সমষ্টিরূপে প্রকাশ} = ৪৯ + ৮১ = ৭^2 + ৯^2$$

$$(ii) 170 \text{ কে দুইটি বর্গের সমষ্টিরূপে প্রকাশ} = ১ + ১৬৯ = ১^2 + ১৩^2$$

$$170 \text{ কে দুইটি বর্গের সমষ্টিরূপে প্রকাশ} = ৪৯ + ১২১ = ৭^2 + ১১^2$$

$$(iii) 185 \text{ কে দুইটি বর্গের সমষ্টিরূপে প্রকাশ} = ১৬ + ১৬৯ = ৮^2 + ১৩^2$$

$$185 \text{ কে দুইটি বর্গের সমষ্টিরূপে প্রকাশ} = ৬৪ + ১২১ = ৮^2 = ১১^2$$

Example-14: ৩২৫ কে তিনটি ভিন্ন উপায়ে দুইটি বর্গের সমষ্টিরূপে প্রকাশ কর।

[কাজ পৃ. নং-৫]

সমাধান: ৩২৫ কে দুইটি বর্গের সমষ্টিরূপে প্রকাশ = $১ + ৩২৪ = ১^2 + ১৮^2$

$$325 \text{ কে দুইটি বর্গের সমষ্টিরূপে প্রকাশ} = ৩৬ + ২৮৯ = ৬^2 + ১৭^2$$

$$325 \text{ কে দুইটি বর্গের সমষ্টিরূপে প্রকাশ} = ১০০ + ২২৫ = ১০^2 + ১৫^2$$

টপিকভিত্তিক প্রশ্ন ও নমুনা সমাধান

◆ মৌলিক সংখ্যা নির্ণয় ◆ সংখ্যা শ্রেণির নির্দিষ্ট সংখ্যা নির্ণয় ◆ সংখ্যার যোগফল সংক্রান্ত সমস্যাবলি

MCQ প্রশ্ন ও সমাধান

01. ২০ এর মৌলিক গুণনীয়ক কোনটি? [জা.বো.'১৯]

- (a) ১ (b) ৫ (c) ১০ (d) ২০ (e)

সমাধান: ২০ এর গুণনীয়কগুলো হলো: ১, ২, ৪, ৫, ১০, ২০।

∴ মৌলিক গুণনীয়কগুলো ২, ৫

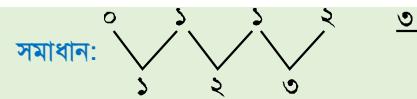
02. ১ থেকে ৫০ এর মধ্যে মৌলিক সংখ্যা কয়টি?

- (a) ১০ (b) ১২ (c) ১৫ (d) ২০ (e)

সমাধান: ১ থেকে ৫০ এর মধ্যে মৌলিক সংখ্যাসমূহ: ২, ৩, ৫, ৭, ১১, ১৩, ১৭, ১৯, ২৩, ২৯, ৩১, ৩৭, ৪১, ৪৩, ৪৭ = ১৫ টি

03. নিচের কোন সংখ্যাগুলো ফিবোনাক্সি সংখ্যা? [জা.বো.'১৯]

- (a) ০, ১, ১, ২, ৩, (b) ০, ০, ১, ২, ৩,
(c) ০, ১, ২, ৩, ৪, (d) ০, ২, ৪, ৬, ৮, (e)



এখানে, পরপর দুটি সংখ্যার যোগফল পরবর্তী সংখ্যার সমান।

04. ০, ১, ১, ২, ৩, প্যাটার্নটির ৯ম পদ কত? [জা.বো.'১৯]

- (a) ৮ (b) ১৩ (c) ২১ (d) ৩৪ (e)

সমাধান: প্যাটার্নটি একটি ফিবোনাক্সি প্যাটার্ন। ফলে সম্পূর্ণ প্যাটার্নটি হল: ০, ১, ১, ২, ৩, ৫, ৮, ১৩, ২১, ৩৪।

∴ ৯ম পদ = ২১

05. ১, ৫, ৬, ১১, ১৭, ২৮ প্যাটার্নটির পরবর্তী সংখ্যা কত?

- (a) ৩২ (b) ৩৯ (c) ৪৫ (d) ৫৬ (e)

সমাধান: ১, ৫, ৬, ১১, ১৭, ২৮ এটি একটি ফিবোনাক্সি সংখ্যার প্যাটার্ন। পরবর্তী সংখ্যাটি = ১৭+২৮=৪৫





(b) **সমাধান:** দেওয়া আছে, (i) নং প্যাটার্নটির পার্থক্য:

$$\begin{array}{c} 3 + 5 + 7 + \dots \dots \dots + 37 \\ \diagdown \quad \diagup \\ 2 \qquad 2 \end{array}$$

এখানে, প্রতিটি পদের পার্থক্য ২ এবং প্রথম পদ = ৩

শেষ পদ = ৩৭, পদ সংখ্যা = ১৮

$$\therefore \text{সমষ্টি} = \frac{(1\text{ম পদ} + \text{শেষ পদ}) \times \text{পদ সংখ্যা}}{2}$$

$$= \frac{(3 + 37) \times 18}{2} = 360$$

$$\therefore 3 + 5 + 7 + \dots \dots \dots + 37 = 360$$

(c) **সমাধান:** ‘b’ হতে পাই, (i) নং প্যাটার্নটির যোগফল = ৩৬০

এখন, (ii) নং প্যাটার্নটি = $2 + 8 + 6 + \dots \dots \dots + 112$

এখানে, ১ম পদ = ২, শেষ পদ = ১১২, পদ সংখ্যা = ৫৬
আমরা জানি,

$$1\text{ম } n \text{ সংখ্যাক জোড় সংখ্যার সমষ্টি} = \frac{(\text{শেষ পদ} + 1\text{ম পদ}) \times n}{2}$$

$$\therefore \text{প্যাটার্নটির সমষ্টি} = \frac{(112 + 2) \times 56}{2} = 3192$$

অতএব, (i) নং প্যাটার্নটির সমষ্টি = ৩৬০

(ii) নং প্যাটার্নটির সমষ্টি = ৩১৯২

$$\therefore \text{প্যাটার্ন দুটির পার্থক্য} = (3192 - 360) = 2832$$



নিজে করো

01. ২১ থেকে ৪৩ পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা কয়টি? [Ans: ৬]
02. ০, ১, ১, ২, ৩, ৫, ৮, প্যাটার্নটির পরবর্তী সংখ্যাটি কত? [Ans: ১৩]
03. সংখ্যাগুলোর পরবর্তী দুইটি সংখ্যা নির্ণয় কর: ৩, ১০, ১৭, ২৪, ৩১, ... [Ans: ৩৮ ও ৪৫]
04. সংখ্যাগুলোর পরবর্তী সংখ্যাটি নির্ণয় কর: ১, ৪, ৯, ১৬, ২৫, ... [Ans: ৩৬]
05. সংখ্যাগুলোর পরবর্তী সংখ্যাটি নির্ণয় কর: ১, ৫, ৬, ১১, ১৭, ২৮, ... [Ans: ৪৫]
06. $1 + 2 + 3 + 8 + 5 + \dots \dots \dots + 80 =$ কত? [Ans: ৮২০]
07. $1 + 2 + 3 + 8 + 5 + \dots \dots \dots + 20 =$ কত? [Ans: ২১০]
08. ৪২৫ কে বর্গের সমষ্টিকূপে প্রকাশ কর। [Ans: $20^2 + 5^2$ বা $19^2 + 8^2$]

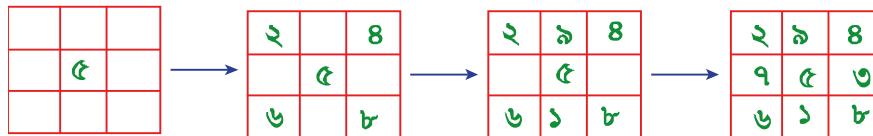
Type-04: সংখ্যার ম্যাজিক সংক্রান্ত

Case-1: ৩ ক্রমের ম্যাজিক বর্গ

একটি বর্গক্ষেত্রকে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর তিনি ভাগে ভাগ করে নয়টি ছোট বর্গক্ষেত্র করা হলো। প্রতিটি ক্ষুদ্র বর্গক্ষেত্রে ১ থেকে ৯ পর্যন্ত ত্রিমিক স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো এমনভাবে সাজাতে হবে যাতে পাশাপাশি, উপর-নিচ, কোনাকুনি যোগ করলে যোগফল একই হয়। এক্ষেত্রে ৩ ক্রমের ম্যাজিক সংখ্যা হলো ১৫। সংখ্যাগুলো সাজানোর বিভিন্ন কৌশলের একটি কৌশল হলো:

(১) কেন্দ্রের ছোট বর্গক্ষেত্রে ৫ সংখ্যা বসিয়ে কর্ণের বরাবর বর্গক্ষেত্রে জোড় সংখ্যাগুলো লিখতে হবে যেন কর্ণ দুইটি বরাবর যোগফল ১৫ হয়।

(২) কর্ণের সংখ্যাগুলো বাদ দিয়ে বাকি বিজোড় সংখ্যাগুলো এমনভাবে নির্বাচন করতে হবে যেন পাশাপাশি, উপর-নিচ যোগফল ১৫ পাওয়া যায়।



Case-2: 8 ক্রমের ম্যাজিক বর্গ

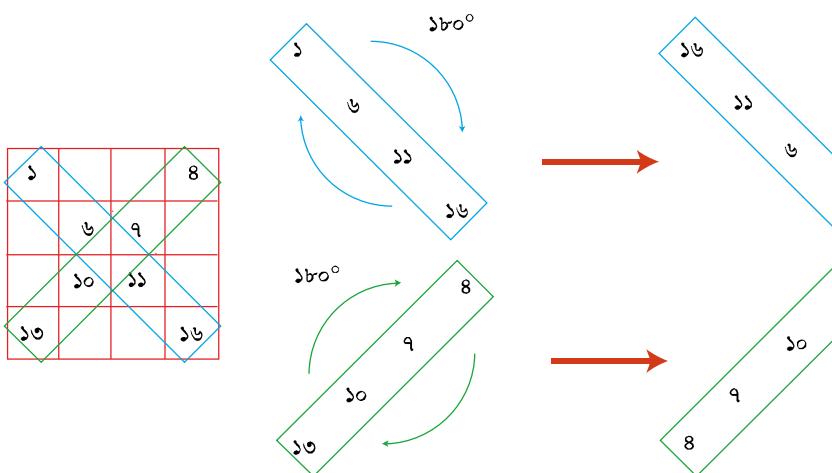
একটি বর্গক্ষেত্রকে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর চার ভাগে ভাগ করে যোলটি ছোট বর্গক্ষেত্র করা হলো। প্রতিটি ক্ষুদ্র বর্গক্ষেত্রে ১ থেকে ১৬ পর্যন্ত ত্রিমিক স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো এমনভাবে সাজাতে হবে যাতে পাশাপাশি, উপর-নিচ, কোনাকুনি যোগ করলে যোগফল একই হয়। এক্ষেত্রে যোগফল হবে ৩৪ এবং ৩৪ হলো 8 ক্রমের ম্যাজিক সংখ্যা। সংখ্যাগুলো সাজানোর বিভিন্ন কৌশল রয়েছে।

(১) একটি কৌশল হলো সংখ্যাগুলো যেকোনো কোনা থেকে শুরু করে ক্রমান্বয়ে পাশাপাশি, উপর-নিচ লিখতে হবে।

(২) কর্ণের সংখ্যাগুলো বাদ দিয়ে বাকি সংখ্যাগুলো নির্বাচন করতে হবে।

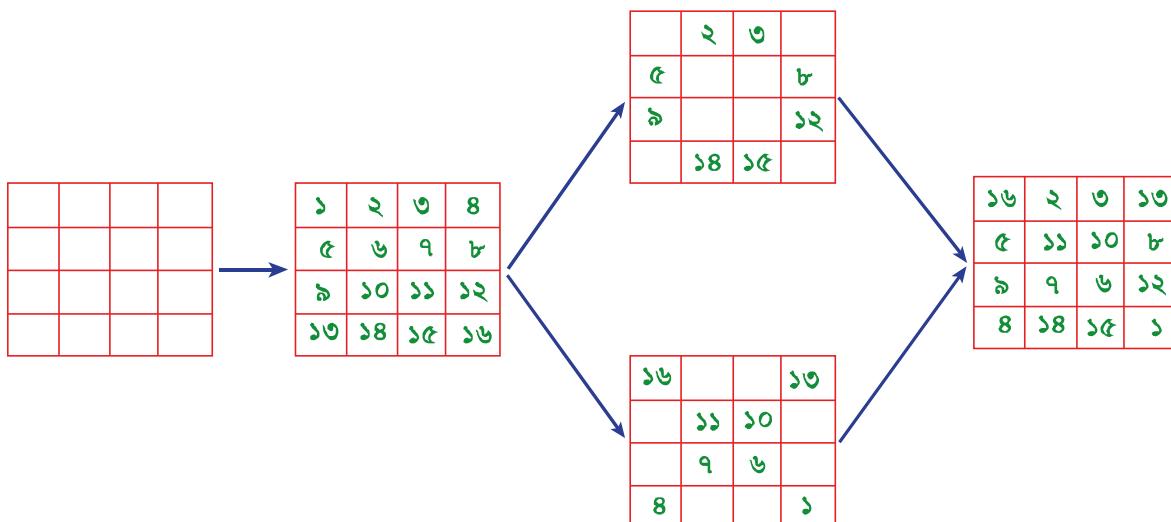
(৩) কর্ণগুলো লক্ষ করি:





[କର୍ଣ୍ଣଙ୍କୁ ୧୮୦° ଘୂର୍ଣ୍ଣେ ବସିଯେ]

ତାହାରେ,



Example-15: ଡିମ୍ କୌଶଳେ ୪ କ୍ରମେର ମ୍ୟାଜିକ ବର୍ଗ ଗଠନ କର।

[କାଜ ପୃ. ନଂ-୭]

ସମାଧାନ: ଡିମ୍ କୌଶଳେ ୪ କ୍ରମେର ମ୍ୟାଜିକ ବର୍ଗ ଗଠନ କରା ହଲୋ:

1	8	14	15
13	16	2	3
8	5	11	10
12	9	7	6

Example-16: ଦଲଗତଭାବେ ୫ କ୍ରମେର ମ୍ୟାଜିକ ବର୍ଗ ଗଠନେର ଚଢ଼ୀ କର।

[କାଜ ପୃ. ନଂ-୭]

ସମାଧାନ: ପାଁଚ କ୍ରମେର ମ୍ୟାଜିକ ବର୍ଗ ଗଠନ:

ଏକଟି ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରକେ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରତ୍ଯେ ବରାବର ପାଁଚ ଭାଗେ ଭାଗ କରେ ୨୫ଟି ଛୋଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରେ ଭାଗ କରା ହଲୋ । ପ୍ରତିଟି କ୍ଷୁଦ୍ର ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରେ ୧ ଥିକେ ୨୫ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ତ୍ରୈମିକ ସ୍ଵାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାଙ୍କୁ ଏମନଭାବେ ସାଜାନୋ ହଲୋ ଯେନ ପାଶାପାଶି, ଉପର-ନିଚ୍ଚ ଓ କୋନାକୁଣି ଯୋଗ କରଲେ ଯୋଗଫଳ ୬୫ ହୁଏ ।

17	28	1	8	15
23	5	7	18	16
8	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

