SSC-2026

প্যারালাল TEXT

গণিত

সার্বিক ব্যবস্থাপনায়
উদ্ভাস ম্যাথ টিম

অনুপ্রেরণা ও সহযোগিতায়
মাহমুদুল হাসান সোহাগ
মুহাম্মদ আবুল হাসান লিটন

কৃতজ্ঞতা
উদ্ভাস-উন্মেষ-উত্তরণ
শিক্ষা পরিবারের সকল সদস্য

প্রকাশনায়
উদ্ভাস একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার

প্রকাশকাল
সর্বশেষ সংস্করণ: জানুয়ারি, ২০২৫ ইং

Fixed Price
৮৫০/-
(আটশত পঞ্চাশ টাকা মাত্র)

কপিরাইট © উদ্ভাস

সমস্ত অধিকার সংরক্ষিত। এই বইয়ের কোনো অংশই প্রতিষ্ঠানের লিখিত অনুমতি ব্যতীত ফটোকপি, রেকর্ডিং, বৈদ্যুতিক বা যান্ত্রিক পদ্ধতিসহ কোনো উপায়ে পুনরুৎপাদন বা প্রতিলিপি, বিতরণ বা প্রেরণ করা যাবে না। এই শর্ত লঙ্ঘিত হলে উপযুক্ত আইনি ব্যবস্থা গ্রহণ করা হবে।

উৎসর্গ

"আমরা চলিব পশ্চাতে ফেলি পচা অতীত,

গিরি-গুহা ছাড়ি খোলা প্রান্তরে গাহিব গীত।"

শোষণ ও বৈষম্যের বিরুদ্ধে ছাত্র-জনতার সাহসিকতা ও বীরত্বগাঁথা যেন রূপকথার এক মহাকাব্য। অন্যায় ও অসাম্যের বিরুদ্ধে তাদের প্রতিটি পদক্ষেপ ছিল অন্ধকারে এক দীপ্তিময় আলোকবর্তিকা। তারা প্রমাণ করেছে, কোনো কালেই কোনো অসম কাঠামো টিকে থাকতে পারেনি, পারবেও না। সেই সাহসের জ্যোতিতে আলোকিত হয়েই রচিত হবে সম্ভাবনাময় আগামীর নতুন ভোর।

বৈষম্যবিরোধী ছাত্র আন্দোলনের এই অদম্য চেতনা শিক্ষার্থী ও জনসাধারণের অন্তরে জাগ্রত থাকুক, অনুপ্রেরণা হয়ে...

সূচিপত্র

শর্ট সিলেবাস

ক্র.নং	অধ্যায়	পৃষ্ঠা
০১	অধ্যায়-০২: সেট ও ফাংশন	০১-৪৮
০২	অধ্যায়-০৩: বীজগাণিতিক রাশি	৪৯-১১১
০৩	অধ্যায়-০৭: ব্যবহারিক জ্যামিতি	১১২-১৫৫
০৪	অধ্যায়-০৮: বৃত্ত	১৫৬-২২০
০৫	অধ্যায়-০৯: ত্রিকোণমিতিক অনুপাত	২২১-২৬৯
০৬	অধ্যায়-১১: বীজগাণিতিক অনুপাত ও সমানুপাত	২৭০-২৯৬
০৭	অধ্যায়-১৬: পরিমিতি	২৯৭-৩৫৮
০৮	অধ্যায়-১৭: পরিসংখ্যান	৩৫৯-৪০৪

Gmail

পারস্পরিক সহযোগিতা-ই পারে পৃথিবীকে আরও সুন্দর করতে...

সুপ্রিয় শিক্ষার্থী,

আশা করি, 'Parallel Text' তোমাদের কাছে অনেক বেশি উপকারী হিসেবে বিবেচিত হবে ইন-শা-আল্লাহ্। বইটি সম্পূর্ণ ত্রুটিমুক্ত রাখতে আমরা চেষ্টার কোনো ত্রুটি করি নাই। তবুও কারো দৃষ্টিতে কোনো ভুল ধরা পড়লে নিম্নে উল্লিখিত ই-মেইল এ অবহিত করলে কৃতজ্ঞ থাকবো এবং আমরা তা পরবর্তী সংস্করণে সংশোধন করে নিব ইন-শা-আল্লাহ্।

Email : solutionpt.udvash@gmail.com

Email-এ নিম্নলিখিত বিষয়গুলো উল্লেখ করতে হবে:

(i) 'Parallel Text' এর বিষয়ের নাম, (ii) ভার্সন (বাংলা/ইংলিশ), (iii) অধ্যায়, (iv) পৃষ্ঠা নম্বর, (v) প্রশ্ন নম্বর, (vi) ভুলটা কী, (vii) কী হওয়া উচিত বলে তোমার মনে হয়

উদাহরণ: 'Parallel Text দশম শ্রেণি' গণিত, বাংলা ভার্সন, অধ্যায়-০২, পৃষ্ঠা-০৩, প্রশ্ন-০৬, দেওয়া আছে, '$\{3\}$' কিন্তু হবে '$\{-3,3\}$'।

ভুল ছাড়াও মান উন্নয়নে যেকোনো পরামর্শ আন্তরিকভাবে গ্রহণ করা হবে। পরিশেষে, মহান আল্লাহ্‌র নিকট তোমাদের সাফল্য কামনা করছি।

শুভ কামনায়

উদ্ভাস ম্যাথ টিম

অধ্যায় ০২

সেট ও ফাংশন

ফারদিনের শ্রেণিকক্ষে 60 জন শিক্ষার্থী রয়েছে। ফারদিন তার শ্রেণিকক্ষে শিক্ষার্থীদের মধ্যে একটি জরিপ করলো। জরিপে সে ফুটবল পছন্দ করে এরূপ শিক্ষার্থী এবং ক্রিকেট পছন্দ করে এরূপ শিক্ষার্থীদের একটি তালিকা করলে তালিকা গঠনের সময় ফারদিন দেখলো কিছু শিক্ষার্থী উভয় খেলাই পছন্দ করে এবং কিছু সংখ্যক শিক্ষার্থী ফুটবল-ক্রিকেট কোনো খেলাতেই আগ্রহী নয়। তার তালিকা অনুযায়ী, 25 জন শিক্ষার্থী ক্রিকেট পছন্দ করে, 20 জন শিক্ষার্থী ফুটবল পছন্দ করে এবং 10 জন শিক্ষার্থী উভয় খেলাই পছন্দ করে।

♦ তোমরা কি বলতে পারবে ফারদিনের শ্রেণিকক্ষে এরকম কতজন শিক্ষার্থী আছে যারা কোনো খেলাই পছন্দ করে না?

তোমার যদি মনে হয় 25 জন শিক্ষার্থী ক্রিকেট পছন্দ করে, 20 জন শিক্ষার্থী ফুটবল পছন্দ করে এবং 10 জন শিক্ষার্থী উভয় খেলাই পছন্দ করে। সুতরাং 60 জনের মধ্যে আর অবশিষ্ট থাকে $= (60 - 25 - 20 - 10) =$ 5 জন শিক্ষার্থী যারা কোনো খেলাই পছন্দ করে না। তাহলে তোমার উত্তরটি ভুল ! এই অধ্যায়ে আমরা শিখবো অবশিষ্ট শিক্ষার্থীর সংখ্যা কীভাবে নির্ণয় করা যায়।

সেট (Set)

দৈনন্দিন জীবনে 'সেট' শব্দটি প্রচুর ব্যবহার করে থাকি। খাবারের ক্ষেত্রে প্রয়োজনীয় বিভিন্ন জিনিস যেমন: প্লেট, বাটি, পিরিচকে একত্রে 'ডিনার সেট' বলা হয়। এছাড়াও দৈনন্দিন জীবনের বিভিন্ন ক্ষেত্রে বিভিন্ন পারস্পরিক সম্পর্কযুক্ত উপাদানগুলোকে আমরা একেকটি সেট বলে থাকি। **যেকোনো উপাদান বিশেষ করে সংখ্যা দ্বারা গঠিত সু-সমাবেশই মূলত সেট।** সেট বিভিন্ন উপাদান দ্বারা গঠিত। যেমন- প্রথম তিনটি জোড় স্বাভাবিক সংখ্যা 2, 4, 6. এই সংখ্যাগুলো দিয়ে একটি সেট গঠন করা যায়। আবার, 10 অপেক্ষা ছোট মৌলিক সংখ্যাগুলো হলো 2, 3, 5, 7. এই সংখ্যাগুলো দিয়েও সেট গঠন করা যায়। এরকম, বিভিন্ন নিয়মে প্রাপ্ত সংখ্যা বা উপাদান দিয়ে সেট গঠিত হয়। সেট গঠনে যেসব সদস্য থাকে তাদেরকে সেটের উপাদান বলা হয়। সেটকে গাণিতিকভাবে প্রকাশের ক্ষেত্রে প্রতিটি উপাদানকে কমার সাহায্যে পৃথক করা হয়। আর সবগুলো উপাদানকে একসাথে দ্বিতীয় বন্ধনী বা '{}' দ্বারা আবদ্ধ করা হয়। যেমন, আমাদের প্রথম উদাহরণে সেটের উপাদান সমূহ 2, 4 ও 6 এই উপাদানগুলোকে একসাথে লিখে কমা দিয়ে পৃথক করে দ্বিতীয় বন্ধনীর সাহায্যে আবদ্ধ করলে পাওয়া যাবে $\{2, 4, 6\}$। একইভাবে 10 থেকে ছোট সবগুলো মৌলিক সংখ্যার সেট $\{2, 3, 5, 7\}$।

সংজ্ঞা

বিভিন্ন উপাদান দ্বারা গঠিত সুসজ্জিত সমাবেশই মূলত সেট। গণিতে সেট বলতে সাধারণত বিভিন্ন সংখ্যার সু-সমাবেশকে বুঝায়।

Type-01: সেট প্রকাশের পদ্ধতি

সেটকে সাধার দুই পদ্ধতিতে প্রকাশ করা হয়। যথা: **(i)** তালিকা পদ্ধতি (Roster Method বা Tabular Method) **(ii)** সেট গঠন পদ্ধতি (Set Builder Method).

(i) তালিকা পদ্ধতি:

তালিকা পদ্ধতিতে সেটের সকল উপাদান সুনির্দিষ্টভাবে উল্লেখ করে দ্বিতীয় বন্ধনী এর মাধ্যমে আবদ্ধ করা হয় এবং একাধিক উপাদান থাকলে 'কমা' ব্যবহার করে উপাদানগুলো আলাদা করা হয়।

যেমন: $A = \{1, 3, 5\}, B = \{a, b\}, C =$ {নিলয়, তিশা, শুভ্রা} ইত্যাদি।

(ii) সেট গঠন পদ্ধতি:

কোনো সেটের উপাদানসমূহকে সুনির্দিষ্টভাবে উল্লেখ না করে উপাদানসমূহ নির্ণয়ের জন্য সাধারণ ধর্মের মাধ্যমে সেট প্রকাশের পদ্ধতিকে সেট গঠন পদ্ধতি বলা হয়।

যেমন: $B = \{x : x$ স্বাভাবিক জোড় সংখ্যা$\}$ অর্থাৎ, B সেটটি সকল স্বাভাবিক জোড় সংখ্যা সে **এখানে ':' চিহ্ন দ্বারা 'এরূপ যেন' বা সংক্ষেপে 'যেন' (such that)** বোঝায়। সেট গঠন পদ্ধতির আরও কিছু উদাহরণ হলো—

$C = \{x : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং 30 এর চেয়ে ছোট$\}$

$D = \{x : x$ নবম-দশম শ্রেণির বিজ্ঞান বিভাগের পাঠ্যপুস্তক$\}$

যেহেতু এই পদ্ধতিতে সেটের উপাদান নির্ধারণের জন্য শর্ত বা নিয়ম (Rule) দেওয়া থাকে, তাই এ পদ্ধতিকে Rule Method ও বলা হয় এই '**:**' চিহ্নের বামেরটি উপাদানের পরিচয় ও ডানেরটি উপাদানের শর্ত।

Example-01: $C = \{-9, -6, -3, 3, 6, 9\}$ সেটটিকে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। [কাজ (ক) পৃ. নং-২৩]

সমাধান: C সেটের উপাদানসমূহ: $-9, -6, -3, 3, 6, 9$

এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান 3 দ্বারা বিভাজ্য।

আরও লক্ষণীয় যে, উপাদানসমূহ 9 এর চেয়ে বড় নয় এবং -9 এর চেয়ে ছোটও নয়।

$\therefore C = \{x : \frac{x}{3} \in \mathbb{Z}, -9 \le x \le 9$ এবং $x \neq 0\}$ [এখানে $\mathbb{Z}$ হলো পূর্ণসংখ্যার সেট]

Example-02: $\{2x : x \in \mathbb{N}$ এবং $x < 5\} = A$

সমাধান: $x \in \mathbb{N} \therefore x$ স্বাভাবিক সংখ্যা $\because x < 5 \therefore x = 1, 2, 3, 4 \therefore 2x = 2, 4, 6, 8 \therefore A = \{2, 4, 6, 8\}$

Example-03: $B = \{y : y$ পূর্ণসংখ্যা এবং $y^3 \le 18\}$ সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। [কাজ (খ) পৃ. নং-২৩]

সমাধান:

$B = \{y : y$ পূর্ণসংখ্যা এবং $y^3 \le 18\}$

$y = -1$ হলে, $(-1)^3 = -1 \le 18$

$\therefore y = -1$ গ্রহণযোগ্য

$y = -2$ হলে, $(-2)^3 = -8 \le 18$

$\therefore y = -2$ গ্রহণযোগ্য

$y = -3$ হলে, $(-3)^3 = -27 \le 18$

$\therefore y = -3$ গ্রহণযোগ্য।

……………………………………..

……………………………………..

অর্থাৎ y এর মান সকল ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যার জন্য $y^3 \le 18$ সত্য।

আবার, $y = 0$ হলে, $y^3 = 0^3 = 0 \le 18$

$\therefore y = 0$ গ্রহণযোগ্য।

$y = 1$ হলে, $y^3 = 1^3 = 1 \le 18$

$\therefore y = 1$ গ্রহণযোগ্য।

$y = 2$ হলে, $y^3 = 2^3 = 8 \le 18$

$\therefore y = 2$ গ্রহণযোগ্য।

$y = 3$ হলে, $y^3 = 3^3 = 27 \nleq 18$

$\therefore y = 3$ গ্রহণযোগ্য নয়।

অর্থাৎ 2 এর চেয়ে বড় y এর যেকোনো মানের জন্য $y^3 \le 18$ সত্য নয়।

$\therefore$ নির্ণেয় সেট, $B = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$ **(Ans.)**

টপিকভিত্তিক বিগত বছরের প্রশ্ন ও সমাধান

সেট প্রকাশের পদ্ধতি

বোর্ড MCQ ও সমাধান

01. নিচের কোনটি $\{x \in \mathbb{N} : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $2 \le x \le 7\}$ সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে? [রা.বো.'২৪]
(a) $\{2, 3, 7\}$ (b) $\{2, 3, 5\}$
(c) $\{3, 5, 7\}$ (d) $\{2, 3, 5, 7\}$ ⓓ

02. নিচের কোনটি ফাঁকা সেট? [চ.বো.'২৪]
(a) $\{x \in N : x$ মৌলিক সংখ্যা, $23 < x < 29\}$
(b) $\{x \in N : x$ মৌলিক সংখ্যা, $11 < x < 19\}$
(c) $\{x \in N : 23 < x < 25\}$
(d) $\{x \in Z : 11 < x < 19\}$ ⓐ
সমাধান: $23 < x < 29$ ব্যবধিতে কোনো মৌলিক সংখ্যা নেই। $\therefore x = \emptyset$

03. নিচের কোনটি $\{x \in N : 5 < x < 7$ এবং x মৌলিক সংখ্যা$\}$ সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে? [কু.বো.'২৪]
(a) $\emptyset$ (b) $\{0\}$ (c) $\{\emptyset\}$ (d) $\{5,7\}$ ⓐ

04. $\sqrt{2x-2} + 4 = 5$ এর সমাধান সেট নিচের কোনটি? [দি.বো.'২৪]
(a) $\{0\}$ (b) $\{ \}$ (c) $\left\{\frac{3}{2}\right\}$ (d) $\{1\}$ ⓒ
সমাধান: $\sqrt{2x-2} + 4 = 5$
$\Rightarrow \sqrt{2x-2} = 1$
$\Rightarrow 2x - 2 = 1 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$ $\therefore$ সমাধান সেট $\left\{\frac{3}{2}\right\}$

05. $A = \{2,3,5,7\}$- এর সেট গঠনরূপ কোনটি? [সি.বো.'২৩]
(a) $\{x \in \mathbb{N} : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x \le 7\}$
(b) $\{x \in \mathbb{N} : x$ বিজোড় সংখ্যা এবং $x \le 7\}$
(c) $\{x \in \mathbb{N} : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x \le 11\}$
(d) $\{x \in \mathbb{N} : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x < 7\}$ ⓐ
সমাধান: A সেটের চারটি উপাদানই স্বাভাবিক সংখ্যা। উপাদানগুলোর $(2, 3, 5, 7)$ প্রত্যেকটিই মৌলিক সংখ্যা এবং 7 থেকে ছোট বা সমান।

06. $\{x \in \mathbb{Z} : x^2 - 9 = 0\}$ এর তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশিত রূপ কোনটি? [ঢা.বো.'২২]
(a) $\emptyset$ (b) $\{-3\}$ (c) $\{3\}$ (d) $\{-3, 3\}$ ⓓ
সমাধান: $\{x \in \mathbb{Z} : x^2 - 9 = 0\}$
প্রদত্ত শর্ত: $x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x = \pm 3$
$\therefore$ তালিকা পদ্ধতিতে সেট $= \{-3, 3\}$

07. $\{x \in \mathbb{N} : x^2 \ge 4$ এবং $x^3 < 100\}$ সেটটির তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশিত রূপ নিচের কোনটি? [য.বো.'২২]
(a) $\{2, 3, 4\}$ (b) $\{2, 3, 5\}$
(c) $\{3, 4, 5\}$ (d) $\{3, 4, 6\}$ ⓐ
সমাধান: $5^3 > 100; 1^2 < 4 \therefore$ সেটটি $= \{2, 3, 4\}$

08. $\{x \in \mathbb{N} : x^2 > 15$ এবং $x^3 < 36\}$ সেটটির তালিকা রূপ কোনটি? [ম.বো.'২০]
(a) $\{4, 5, 6\}$ (b) $\{1, 2, 3\}$
(c) $\{3\}$ (d) $\emptyset$ ⓓ
সমাধান: $x^2 > 15$ এর জন্য $x = 4, 5, 6 \ldots$
$x^3 < 36$ এর জন্য $x = 1, 2, 3$

09. $C = \{y : y \in \mathbb{N}$ এবং $5 \le y \le 10\}$ সেটটি তালিকা পদ্ধতিতে নিচের কোনটি? [সি.বো.'১৭]
(a) $\{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ (b) $\{6, 7, 8, 9\}$
(c) $\{5, 6, 7, 8, 9\}$ (d) $\{6, 7, 8, 9, 10\}$ ⓐ

বোর্ড সৃজনশীল প্রশ্ন ও নমুনা উত্তর

01. (a) সমাধান সেট নির্ণয় কর: $y^2 = \sqrt{5}y$. [ব.বো.' ২৪]
(a) সমাধান: দেওয়া আছে, $y^2 = \sqrt{5}y$
$\Rightarrow y^2 - \sqrt{5}y = 0$
$\Rightarrow y^2 - \sqrt{5}y = 0$
$\Rightarrow y(y - \sqrt{5}) = 0 \Rightarrow y = 0$
অথবা $y - \sqrt{5} = 0 \Rightarrow y = \sqrt{5}$
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান সেট $y = \{0, \sqrt{5}\}$. **(Ans.)**

02. $A = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$ [কু.বো.'২৪]
(a) A সেটটিকে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।
(a) সমাধান: দেওয়া আছে, $A = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$
এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান পূর্ণসংখ্যা এবং -3 থেকে 1 পর্যন্ত বিস্তৃত। তাহলে A সেটটিকে আমরা লিখতে পারি,
$A = \{x : x$ পূর্ণসংখ্যা এবং $-3 \le x \le 1\}$

03. $A = \{x : x \in N$ এবং $x^2 - 5x + 6 = 0\}$ [দি.বো.'২৪]
(a) A সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।
(a) সমাধান: দেওয়া আছে, $A = \{x : x \in N$ এবং $x^2 - 5x + 6 = 0\}$
$x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3x + 6 = 0$
$\Rightarrow x(x-2) - 3(x-2) = 0$
$\Rightarrow (x-2)(x-3) = 0$
$\Rightarrow (x-2) = 0$ অথবা $(x-3) = 0$
$\therefore x = 2$ অথবা $x = 3$
$\therefore x = \{2, 3\}$ A সেটটি তালিকা পদ্ধতিতে হলো $= \{2, 3\}$

04. (a) যদি $A = \{x \in \mathbb{N}: x < 19$ এবং $x, 3$ এর গুণিতক$\}$ হয় তবে A সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। [চ.বো.'২২]

(a) সমাধান: 19 এর চেয়ে ছোট এবং 3 এর গুণিতকের সেট,
$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ **(Ans.)**

05. (a) $P = \{x \in \mathbb{N}: x^2 + x - 72 = 0\}$ সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। [রা.বো.'২২]

(a) সমাধান: দেওয়া আছে, $P = \{x \in \mathbb{N}: x^2 + x - 72 = 0\}$
এখানে, $x^2 + x - 72 = 0 \Rightarrow x^2 - 8x + 9x - 72 = 0$
$\Rightarrow x(x-8) + 9(x-8) = 0$
$\Rightarrow (x+9)(x-8) = 0 \therefore x = 8, -9$
এখানে, $-9 \notin \mathbb{N} \therefore P = \{8\}$ **(Ans.)**

06. $A = \{x \in \mathbb{N} : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x < 10\}$ এবং $C = \{x \in \mathbb{N} : x^2 > 7$ এবং $x^3 < 136\}$ [চ. বো.'২০]
(a) A ও C সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

(a) সমাধান: 1 থেকে 10 এর মাঝে মৌলিক সংখ্যা চারি সেগুলো হলো: 2, 3,5 এবং 7।
সুতরাং, $A = \{2, 3, 5, 7\}$

আবার, $1^2 = 1 \ngtr 7$	$1^3 = 1$
$2^2 = 4 \ngtr 7$	$2^3 = 8$
$3^2 = 9$	$3^3 = 27$
$4^2 = 16$	$4^3 = 64$
$5^2 = 25$	$5^3 = 125$
$6^2 = 36$	$6^3 = 216 \nless 136$

যেহেতু $3^2 > 7$ এবং $6^3 > 136 \therefore C = \{3,4,5\}$ **(Ans.)**

07. (a) $S = \{x \in \mathbb{N}: x^2 > 15$ এবং $x^3 < 225\}$ হলে, S কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। [য.বো.'২০]

(a) সমাধান: দেওয়া আছে, $S = \{x \in \mathbb{N} : x^2 > 15$ এবং $x^3 < 225\}$
এখানে $\mathbb{N}$ = স্বাভাবিক সংখ্যা
$= \{1, 2, 3, 4, \dots \dots \dots\}$
$x = 1$ হলে, $x^2 = 1 \ngtr 15$ এবং $x^3 = 1 < 225$
$x = 2$ হলে, $x^2 = 4 \ngtr 15$ এবং $x^3 = 8 < 225$
$x = 3$ হলে, $x^2 = 9 \ngtr 15$ এবং $x^3 = 27 < 225$
$x = 4$ হলে, $x^2 = 16 > 15$
এবং $x^3 = 64 < 225$
$x = 5$ হলে, $x^2 = 25 > 15$ এবং $x^3 = 125 < 225$
$x = 6$ হলে, $x^2 = 36 > 15$
এবং $x^3 = 216 < 225$
$x = 7$ হলে, $x^2 = 49 > 15$
এবং $x^3 = 343 \nless 225$
$\therefore$ নির্ণেয় সেট $S = \{4, 5, 6\}$ **(Ans.)**

08. (a) $C = \{x \in \mathbb{N}: x^2 - 9 = 0\}$ সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। [রা.বো.'১৯]

(a) সমাধান: দেওয়া আছে, $C = \{x \in \mathbb{N}: x^2 - 9 = 0\}$
শর্তানুসারে, $x^2 - 9 = 0$
$\Rightarrow (x+3)(x-3) = 0 \Rightarrow x = \pm 3$
কিন্তু, $-3 \notin \mathbb{N} \therefore C = \{3\}$ **(Ans.)**

Try Yourself

01. $A = \{7, 14, 21, 28\}$ সেটটিকে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। **[Ans: $\{x :$ x, 7 এর গুণিতক এবং $0 < x \leq 28$]**
02. $B = \{x : x, 28$ এর গুণনীয়ক$\}$ সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর **[Ans: $\{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$]**
03. $C = \{x : x$ ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং $x^2 < 18\}$ সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। **[Ans: $\{1, 2, 3, 4\}$]**

Type-02: সসীম ও অসীম সেট সংক্রান্ত সমস্যাবলি

সংজ্ঞা

সসীম সেট: যে সেটের উপাদান সংখ্যা গণনা করে নির্ধারণ করা যায়, তাকে সসীম সেট বলে।
যেমন: $D = \{x, y, z\}$, $E = \{3, 6, 9, \dots \dots \dots, 60\}$, $F = \{x : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $30 < x < 70\}$ ইত্যাদি
এখানে D সেটে 3 টি, E সেটে ২০টি এবং F সেটে 9 টি উপাদান আছে।
অসীম সেট: যে সেটের উপাদান সংখ্যা গণনা করে শেষ করা যায় না, তাকে অসীম সেট বলে।
যেমন: $A = \{x : x$ বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যা$\}$; স্বাভাবিক সংখ্যা সেট, $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots \dots \dots\}$; পূর্ণসংখ্যার সেট, $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \dots \dots\}$; মূলদ সংখ্যার সেট, $\mathbb{Q} = \{\frac{a}{b} : a$ ও b পূর্ণসংখ্যা এবং $b \neq 0\}$; বাস্তব সংখ্যার সেট $\mathbb{R}$, $P = \{2,5,7,11, \dots .\}$ এবং মৌলিক সংখ্যার সেট ইত্যাদি অসীম সেট।

জেনে রাখো

একটি সেটের উপাদান সংখ্যাকে n (set এর নাম) রূপে লিখা হয়। যেমন: $D = \{x, y, z\}, E = \{3, 6, 9, \dots \dots \dots, 60\}, F\{x: x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $30 < x < 70\}$ হলে, $n(D) = 3, n(E) = 20, n(F) = 9$।

Example-04: সসীম সেট ও অসীম সেট নির্ণয় কর: [কাজ পৃ. নং-২৪]

(ক) $\{3, 5, 7\}$ (খ) $\{1, 2, 2^2 \dots \dots 2^{10}\}$ (গ) $\{3, 3^2, 3^3, \dots \dots\}$

(ঘ) $\{x : x$ পূর্ণসংখ্যা এবং $x < 4\}$ (ঙ) $\{\frac{p}{q} : p$ ও q পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1\}$

(চ) $\{y : y \in \mathbb{N}$ এবং $y^2 < 100 < y^3\}$

সমাধান:

(ক) $\{3, 5, 7\}$

$\{3, 5, 7\}$ সেটের উপাদান সংখ্যা 3। অর্থাৎ সেটটির উপাদান সংখ্যা গণনা করে শেষ করা যায়।

সুতরাং $\{3, 5, 7\}$ একটি সসীম সেট।

(খ) $\{1, 2, 2^2 \dots \dots 2^{10}\}$

$\{1, 2, 2^2, \dots 2^{10}\}$ এর উপাদানগুলো হলো $= 1, 2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6, 2^7, 2^8, 2^9, 2^{10}$

$\therefore$ সেটটির উপাদান সংখ্যা 11। অর্থাৎ সেটটির উপাদান সংখ্যা গণনা করে শেষ করা যায়।

সুতরাং $\{1, 2, 2^2, \dots 2^{10}\}$ একটি সসীম সেট।

(গ) $\{3, 3^2, 3^3, \dots \dots\}$

$\{3, 3^2, 3^3, \dots\}$ এ সেটে অসংখ্য উপাদান আছে যা গণনা করে শেষ করা যায় না।

সুতরাং $\{3, 3^2, 3^3, \dots\}$ একটি অসীম সেট।

(ঘ) $\{x : x$ পূর্ণসংখ্যা এবং $x < 4\}$

পূর্ণসংখ্যাসমূহ হলো: $\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots \dots \dots$

প্রদত্ত সেট $\{x: x$ পূর্ণসংখ্যা এবং $x < 4\}$ একটি অসীম সেট। কারণ এক্ষেত্রে 4 এর চেয়ে ছোট অসংখ্য পূর্ণসংখ্যা $(\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3)$ বিদ্যমান, উপাদানগুলো গণনা করে শেষ করা যায় না। সুতরাং এটি একটি অসীম সেট।

(ঙ) $\{\frac{p}{q} : p$ ও q পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1\}$

$\{\frac{p}{q} : p$ ও q পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1\}$ এটি একটি অসীম সেট।

কারণ প্রদত্ত সেটটি হলো সকল মূলদ সংখ্যার সেট। যেহেতু মূলদ সংখ্যা গণনা করে শেষ করা যায় না তাই প্রদত্ত সেটের উপাদান সংখ্যা অসীম।

(চ) $\{y : y \in N$ এবং $y^2 < 100 < y^3\}$

প্রদত্ত সেটটি হলো: $\{y: y \in N$ এবং $y^2 < 100 < y^3\}$। এখানে N হলো স্বাভাবিক সংখ্যার সেট যার সদস্যসমূহ হলো: $1, 2, 3, 4 \dots \dots$

প্রদত্ত শর্তানুসারে, y এর মান এমন স্বাভাবিক সংখ্যা যার বর্গ 100 থেকে ছোট কিন্তু যার ঘন 100 থেকে বড়।

$y = 1$ হলে, $y^2 = 1^2 = 1$ এবং $y^3 = 1^3 = 1$; যা 100 থেকে বড় নয় $\therefore y = 1$ গ্রহণযোগ্য নয়।

$y = 2$ হলে, $y^2 = 2^2 = 4$ এবং $y^3 = 2^3 = 8$; যা 100 থেকে বড় নয় $\therefore y = 2$ গ্রহণযোগ্য নয়।

$y = 3$ হলে, $y^2 = 3^2 = 9$ এবং $y^3 = 3^3 = 27$; যা 100 থেকে বড় নয় $\therefore y = 3$ গ্রহণযোগ্য নয়।

$y = 4$ হলে, $y^2 = 4^2 = 16$ এবং $y^3 = 4^3 = 64$; যা 100 থেকে বড় নয় $\therefore y = 4$ গ্রহণযোগ্য নয়।

$y = 5$ হলে, $y^2 = 5^2 = 25$ এবং $y^3 = 5^3 = 125$; যা 100 থেকে বড় $\therefore y = 5$ গ্রহণযোগ্য।

$y = 6$ হলে, $y^2 = 6^2 = 36$ এবং $y^3 = 6^3 = 216$; যা 100 থেকে বড় $\therefore y = 6$ গ্রহণযোগ্য।

$y = 7$ হলে, $y^2 = 7^2 = 49$ এবং $y^3 = 7^3 = 343$; যা 100 থেকে বড় $\therefore y = 7$ গ্রহণযোগ্য।

$y = 8$ হলে, $y^2 = 8^2 = 64$ এবং $y^3 = 8^3 = 512$; যা 100 থেকে বড় $\therefore y = 8$ গ্রহণযোগ্য।

$y = 9$ হলে, $y^2 = 9^2 = 81$ এবং $y^3 = 9^3 = 729$; যা 100 থেকে বড় $\therefore y = 9$ গ্রহণযোগ্য।

$y = 10$ হলে, $y^2 = 10^2 = 100$ যা 100 থেকে ছোট নয় $\therefore y = 10$ গ্রহণযোগ্য নয়।

শর্তানুসারে গ্রহণযোগ্য স্বাভাবিক সংখ্যাসমূহ: $5, 6, 7, 8, 9$ $\therefore$ নির্ণেয় সেট: $\{5, 6, 7, 8, 9\}$

Type-03: ভেনচিত্র ও উপসেট সংক্রান্ত সমস্যাবলি

➲ ভেনচিত্র (Venn Diagram):

জন ভেন (১৮৩৪-১৯২৩) সেটের কার্যবিধি চিত্রের সাহায্যে প্রকাশ করেন। এতে বিবেচনাধীন সেটগুলোকে সমতলে অবস্থিত বিভিন্ন আকারের জ্যামিতিক চিত্র, যেমন: আয়ত, বৃত্ত এবং ত্রিভুজ ব্যবহারের মাধ্যমে উপস্থাপন করা হয় জন ভেনের নামানুসারে চিত্রগুলো ভেনচিত্র নামে পরিচিত। তাহলে চলো অধ্যায়ের শুরুতে দেওয়া সমস্যাটি ভেনচিত্রের মাধ্যমে সমাধান করি

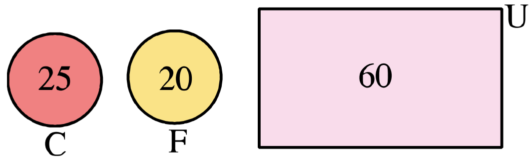
ফারদিনের শ্রেণিকক্ষে শিক্ষার্থীদের ক্রিকেট ও ফুটবল পছন্দ করার ভিত্তিতে যদি সেট গঠন করা হয় তাহলে,

C = {যেসকল শিক্ষার্থী ক্রিকেট পছন্দ করে} ; F = {যেসকল শিক্ষার্থী ফুটবল পছন্দ করে}

B = {যেসকল শিক্ষার্থী উভয় খেলাই পছন্দ করে} ; N = {যেসকল শিক্ষার্থী কোনো খেলাই পছন্দ করে না}

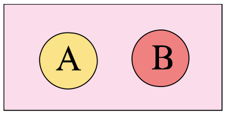
এখানে, মোট শিক্ষার্থীদের নিয়ে গঠিত সেটকে সার্বিক সেট বলে।

ভেনচিত্রের সাহায্যে আমরা ফারদিন শ্রেণিকক্ষে কে কে কোনো খেলাই পছন্দ করে না তাদের সংখ্যা নির্ণয় করতে পারি। মোট শিক্ষার্থী সংখ্যাকে অর্থাৎ সার্বিক সেটকে আয়তক্ষেত্রে দ্বারা এবং বাকি সেটগুলোকে বৃত্ত দ্বারা প্রকাশ করে পাই,



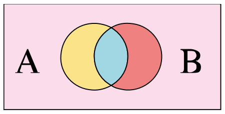
কেন আমরা এভাবে প্রকাশ করলাম? চলো আমরা ভেনচিত্র সংক্রান্ত কিছু মৌলিক বিষয় সম্পর্কে জেনে নেই।

(i) যদি একটি সার্বিক সেটের ভেতর দুটি ভিন্ন সেট A ও B যাদের মাঝে কোনো সাধারণ (Common) উপাদান নেই, সেক্ষেত্রে চিত্রের ন্যায় ভেনচিত্র উপস্থাপন করতে হবে। যদি ফারদিনের সহপাঠীদের মধ্যে যারা ক্রিকেট পছন্দ করে তাদের কেউ যদি ফুটবল পছন্দ না করে তবে ক্রিকেট ও ফুটবলের সেট নিম্নের ভেনচিত্রের A ও B সেটের ন্যায় আলাদাভাবে অবস্থান করবে।



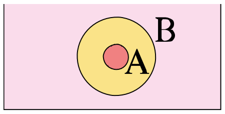
⇒ A ও B এর মধ্যে কোনো সাধারণ উপাদান নেই।

(ii) আবার যদি একটি সার্বিক সেটের দুটি ভিন্ন সেট A ও B এমন হয়, যেন A সেটের কিছু উপাদান B সেটের মধ্যেও বিদ্যমান থাকে, সেক্ষেত্রে A ও B সেটের মধ্যে সাধারণ উপাদান থাকে আমরা নিম্নে চিত্রের ন্যায় ভেনচিত্রের সাহায্যে উপরোক্ত ঘটনাটিকে উপস্থাপন করতে পারি। যেমন, ফারদিনের সহপাঠীদের মধ্যে 10 জন ক্রিকেট ও ফুটবল দুটি খেলাই পছন্দ করে, যেহেতু 10 জন শিক্ষার্থী দুটি খেলাই পছন্দ করে। সুতরাং মোট 10 টি উপাদান A ও B সেটের মধ্যে কমন (Common) থাকবে। অর্থাৎ এক্ষেত্রে নিম্নে ভেনচিত্রের ন্যায় উপস্থান করতে হবে।



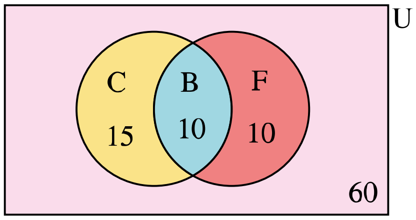
⇒ A ও B এর মধ্যে সাধারণ উপাদান আছে। চিত্রে হলুদ রং করা অংশটুকু A ও B সাধারণ উপ

(iii) যদি সার্বিক সেটের দুটি সেট A ও B এমন হয় যেখানে A সেটের সকল উপাদান B সেটের মধ্যে বিদ্যামান তবে উক্ত ঘটনাটি চিত্রের ন্যায় ভেনচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন করতে হবে। যদি ফারদিনের সহপাঠীদের মধ্যে যারা ফুটবল খেলা পছন্দ করে তারা সবাই ক্রিকেট খেলাও পছন্দ করে তাহলে নিম্নে ভেনচিত্রের মত করে উপস্থাপন করতে হে



⇒ A এর সকল উপাদান B এর মধ্যে বিদ্যমান।

উপরোক্ত আলোচনার পরিপ্রেক্ষিতে চলো ফারদিনের ক্লাসের সহপাঠীদের ফুটবল ও ক্রিকেট খেলার পছন্দের ভিত্তিতে সেটগুলোকে ভেনচিত্রের সাহায্যে উপস্থাপন করি-



চিত্র থেকে বুঝা যাচ্ছে, 10 জন শিক্ষার্থী ক্রিকেট ও ফুটবল উভয়ই খেলা পছন্দ করে। যারা ক্রিকেট খেলা পছন্দ করে তাদের সেট (C) এবং ফুটবল খেলা পছন্দ করে তাদের সেট (F) উভয়ের মাঝে অবস্থান কে   তাহলে,

ক্রিকেট খেলা পছন্দ করে এরূপ শিক্ষার্থীর সংখ্যা, $n(C) = 25$

ফুটবল খেলা পছন্দ করে এরূপ শিক্ষার্থীর সংখ্যা, $n(F) = 20$

উভয় খেলা পছন্দ করে এরূপ শিক্ষার্থীর সংখ্যা, $n(B) = 10$

শুধুমাত্র ক্রিকেট খেলা পছন্দ করে $= n(C) - n(B) = 25 - 10 = 15$

শুধুমাত্র ফুটবল খেলা পছন্দ করে $= n(F) - n(B) = 20 - 10 = 10$

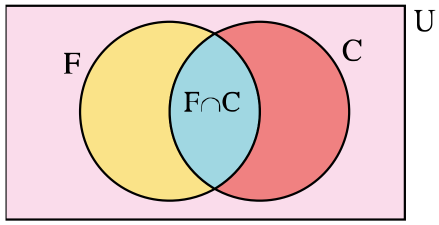
যদি বলা হয়, কত জন শিক্ষার্থী অন্তত একটি খেলা হলেও পছন্দ করে তার সংখ্যা হবে = শুধুমাত্র ক্রিকেট খেলা পছন্দ করে + শুধুমাত্র ফুটবল খেলা পছন্দ করে + উভয় খেলা পছন্দ করে $= 15 + 10 + 10 = 35$।

ফারদিনের ক্লাসে মোট শিক্ষার্থী 60 জন। সুতরাং কোনো খেলাই পছন্দ করে না এমন শিক্ষার্থী সংখ্যা = মোট শিক্ষার্থী সংখ্যা – অন্তত একটি খেলা অথবা উভয় খেলা পছন্দ করে এরূপ শিক্ষার্থী সংখ্যা $= 60 - 35 = 25$ জন

অতএব কোনো খেলাই পছন্দ করে না এরূপ শিক্ষার্থীর সংখ্যা $= 25$ জন

Example-05: **কোনো শ্রেণির 50 জন শিক্ষার্থীর মধ্যে 35 জন ফুটবল এবং 25 জন ক্রিকেট খেলা পছন্দ করে। দুইটি খেলাই পছন্দ করে এরূপ শিক্ষার্থীর সংখ্যা 20। কতজন শিক্ষার্থী দুইটি খেলাই পছন্দ করে না তা ভেনচিত্রের সাহায্যে নির্ণয় কর।**

সমাধান:



মনে করি, ভেনচিত্রে আয়তাকার ক্ষেত্রটি 50 জন শিক্ষার্থীর সেট U নির্দেশ করে। যারা ফুটবল ও ক্রিকেট খেলা পছন্দ করে তাদের সেট যথাক্রমে F ও C বৃত্ত দ্বারা নির্দেশ করা হয়েছে।

যারা ফুটবল খেলা পছন্দ করে তাদের সেট F হলে, $n(F) = 35$ এবং যারা ক্রিকেট খেলা পছন্দ করে তাদের সেট C হলে, $n(C) = 25$, যারা উভয় খেলা পছন্দ করে তাদের সেট B হলে, $B = 20$

$\therefore$ যারা শুধু ফুটবল খেলা পছন্দ করে $= n(F) - n(F \cap C) = 35 - 20 = 15$

$\therefore$ যারা শুধু ক্রিকেট খেলা পছন্দ করে $= n(C) - n(F \cap C) = 25 - 20 = 5$

$\therefore$ যারা যেকোনো একটি খেলা এবং উভয় খেলা পছন্দ করে তাদের সেট A হলে, A

$= 20 + 15 + 5 = 40$ জন।

$\therefore$ দুটিই খেলাই যারা পছন্দ করে না (অর্থাৎ একটি খেলাও পছন্দ করে না) $= n(U) - n(A) = 50 - 40 = 10$

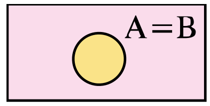
$\therefore$ নির্ণেয় শিক্ষার্থীর সংখ্যা 10 জন।

➲ উপসেট (Subset):

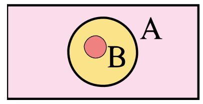
$A = \{a, b\}$ একটি সেট। এই সেটের উপাদান থেকে $\{a, b\}, \{a\}, \{b\}$ সেটগুলো গঠন করা যায়। আবার কোনো উপাদান না নিয়ে ফাঁকা সেট বা $\emptyset$ গঠন করা যায়। এখানে, গঠিত $\{a, b\}, \{a\}, \{b\}, \emptyset$ প্রত্যেকে A সেটের উপসেট   সুতরাং, কোনো সেটের উপাদান থেকে যতগুলো সেট গঠন করা যায়, এদের প্রত্যেকটি সেটকে ঐ সেটের উপসেট বলা হয়। উপসেট প্রকাশের চিহ্ন $\subseteq$ ।

মনে করি, A ও B দুটি সেট এবং B সেট A সেটের উপাদান দ্বারা গঠিত, তাহলে B সেটটি A সেটের উপসেট হবে। লিখার সময় $B \subseteq A$ এভাবে লেখা হয় এবং পড়া হয় "B is a subset of A." আবার উপরের উপসেটগুলোর মধ্যে $\{a, b\}$ সেটটি A সেটের সমান   অর্থাৎ যেকোনো সেটের সবগুলো উপাদান নিয়েও একটি উপসেট গঠন করা যায় । আবার যেকোনো সেট থেকে কোনো উপাদান না নিয়ে ফাঁকা সেট গঠন করা যায়। কাজেই $\emptyset$ যেকোনো সেটের উপসেট   উল্লেখ্য, কোনো সেটের উপসেটে এমন কোনো সদস্য থাকতে পারবে না যেটা মূল সেটের সদস্য না। খেয়াল কর, যদি $B \subseteq A$ (B is a subset of A) হয় তাহলে দুইটি ঘটনা ঘটতে পারে

(i) B সেট গঠনে A সেটের সকল উপাদান থাকতে পারে। তখন A ও B মূলত একই সেট নির্দেশ করবে এবং সেট দুইটি পরস্পর সমান হবে



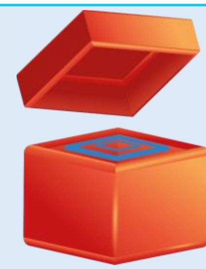
(ii) B সেট গঠনে A সেটের সকল উপাদান না নিয়ে কিছু উপাদান নেওয়া যেতে পারে। সেক্ষেত্রে B সেটের সকল উপাদান A তে থাকবে কিন্তু A সেটের সকল উপাদান B তে থাকবে না। অর্থাৎ, B সেটের উপাদান সংখ্যা A সেটের উপাদান সংখ্যা হতে কম হবে। ঘটনাটির ভেনচিত্র নিম্নরূ



জেনে রাখো

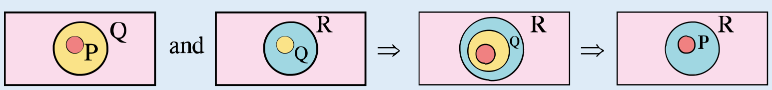
উপসেটের কোনো সেটের উপাদান সংখ্যা ঐ সেটের উপাদান সংখ্যার সমান বা কম হবে, কিন্তু কখনোই বেশি হবে না

মনে করো, তোমার কাছে তিনটি ঘন আকৃতির বক্স আছে একটি 5 সে.মি. একটি 10 সে.মি. আরেকটি 15 সে.মি. ধার বিশিষ্ট। এখন 10 সে.মি. ধার বিশিষ্ট বক্সটিকে এবং 15 সে.মি. ধার বিশিষ্ট বক্সটির ভিতরে এবং 5 সে.মি. ধার বিশিষ্ট বক্সটিকে 10 সে.মি. ধার বিশিষ্ট বক্সের ভিতর স্থাপন করি।



এখন চিন্তা করো, 5 সে.মি. ধার বিশিষ্ট বক্সটি 10 সে.মি. ধার বিশিষ্ট বক্সের ভিতরে এবং 10 সে.মি. ধার বিশিষ্ট বাক্সটি 15 সে.মি. ধার বিশিষ্ট বক্সের ভিতরে আছে। সুতরাং, চিত্র হতে একটি বিষয় স্পষ্ট যে, 5 সে.মি. ধার বিশিষ্ট বক্সটিও 15 সে.মি. ধার বিশিষ্ট বক্সের ভিতরে আছে। সেটের ক্ষেত্রের উক্ত বিষয়টি প্রযোজ

আবার ধরি, তিনটি সেট P, Q ও R এর মধ্যে, $P \subseteq Q$ ও $Q \subseteq R$ হয়, তাহলে $P \subseteq R$ হবে। বিষয়টি প্রথমে আমরা ভেনচিত্র থেকে বুঝার চেষ্টা করব এবং তারপর একটি উদাহরণের সাহায্য নিব।



$P \subseteq Q$ $\quad$ $Q \subseteq R$ $\quad$ $Q \subseteq R$ $\quad$ $P \subseteq R$

$P = \{1\}, Q = \{1,2\}$ ও $R = \{1, 2, 3\}$ হলে, $P \subseteq Q$ ও $Q \subseteq R$. আবার, $P \subseteq R$.

♦ **ফাঁকা সেটের কোনো উপসেট আছে?**

উত্তর: আছে, তবে সেটিও ফাঁকা সেট । অর্থাৎ, ফাঁকা সেট নিজেই নিজের উপসে

♦ **অসীম সেট কি কোনো সেটের উপসেট হতে পারে?**

উত্তর: হ্যাঁ, পারে, কিন্তু অসীম সেট যেই সেটের উপসেট সেটিও অসীম সেট হবে। যেমন, $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \ldots\ldots\}$ সকল স্বাভাবিক সংখ্যার সেট। আবার, $\mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$. $\mathbb{N}$ ও $\mathbb{Z}$ উভয়েই অসীম সেট হলেও $\mathbb{N}$ এর সকল উপাদান $\mathbb{Z}$ এর মধ্যে বিদ্যামান। তাই $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ এর উপসেট হবে। অর্থাৎ $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}$.

একইভাবে সকল পূর্ণসংখ্যা তথা $\mathbb{Z}$ বাস্তব সংখ্যার সেট $\mathbb{R}$ এর মধ্যে বিদ্যমান। তাই, $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{R}$

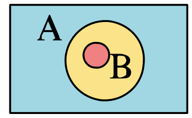
➲ প্রকৃত উপসেট (Proper Subset):

আমরা দেখেছি যে, কোনো সেটের উপসেটসমূহের উপাদান সংখ্যার ঐ সেটের উপাদান সংখ্যা সমান অথবা তার চেয়ে কম হবে। খেয়াল কর, $A = \{a, b\}$ এর উপসেটসমূহ $\{a, b\}, \{a\}, \{b\}, \emptyset$. এরই চারটি উপসেটের মধ্যে ১ম টি মূলত A সেটকেই নির্দেশ করছে। বাকি তিনটি উপসেটের উপাদান সংখ্যা $A = \{a, b\}$ এর উপাদান সংখ্যা হতে কম এক্ষেত্রে ঐ তিনটি সেটকে A সেটের প্রকৃত উপাদান বলা হবে। অর্থাৎ কোনো সেট থেকে গঠিত উপসেট সমূহের মধ্যে যে উপসেটগুলো উপাদান সংখ্যা প্রদত্ত সেটের উপাদান সংখ্যা অপেক্ষা কম তাদেরকে প্রকৃত উপসেট বলে।

কোনো সেট B, A এর প্রকৃত উপসেট হলে $B \subset A$ (B is a Proper subset of A) লিখে প্রকাশ করা হয়।

(i) কোনো সেটের উপাদান সংখ্যা n হলে, ঐ সেটের উপসেট সংখ্যা $= 2^n$

(ii) প্রকৃত উপসেট সংখ্যা $= 2^n - 1$.



$B \subset A$

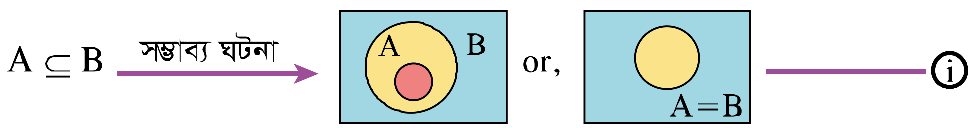
♦ **ফাঁকা সেটের কোনো প্রকৃত উপসেট আছে?**

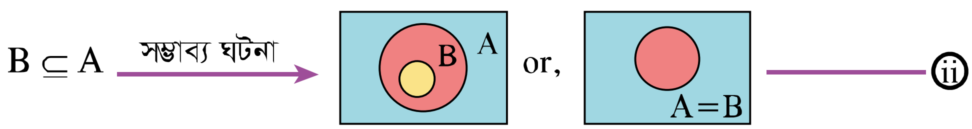
উত্তর: ফাঁকা সেটের উপাদান সংখ্যা শূন্য। যেহেতু, কোনো সেটের উপাদান সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না, তাই ফাঁকা সেট থেকে এমন কোনো উপসেট বানানো সম্ভব নয় যার উপাদান সংখ্যা শূন্য থেকে কম। তাই ফাঁকা সেটের উপসেট থাকলেও (∅ নিজেই নিজের উপসেট) কোনো প্রকৃত উপসেট নেই।

সংজ্ঞা

সমান সেট: যদি দুইটি সেটের সকল উপাদান একই হয় তাহলে, সেট দুইটিকে সমান সেট বলা হয়

যেমন: $A = \{3, 5, 7\}$ এবং $B = \{5, 3, 3, 7\}$ পরস্পর দুইটি সমান সেট এবং এটি $A = B$ চিহ্ন দ্বারা লেখা হয়। দুইটি সেট A ও B হলে $A = B$ হবে যদি ও কেবল যদি $A \subseteq B$ ও $B \subseteq A$ হয়।



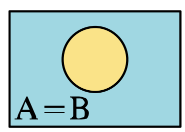


খেয়াল কর, $A \subseteq B$ এর মানে হলো A এর সমস্ত উপাদান B তে আছে। কিন্তু B এর সমস্ত উপাদান A তে নাও থাকতে পারে। অর্থাৎ, A সেটের সকল উপাদান ছাড়াও B সেটে কিছু অতিরিক্ত উপাদান থাকতে পারে, আবার নাও থাকতে পারে। অনুরূপভাবে $B \subseteq A$ এর মানে হলো B সেটের সকল উপাদান A সেটে থাকবেই, পাশাপাশি কিছু অতিরিক্ত উপাদান থাকতে পারে, কিংবা নাও থাকতে পা

এখন আমরা যদি $A \subseteq B$ এবং $B \subseteq A$ শর্ত দুইটি একসাথে প্রয়োগ করি তাহলে A সেটের সকল উপাদান B সেটে বিদ্যমান থাকবে এবং একইসাথে B সেটের সকল উপাদান A সেটে বিদ্যমান থাকে এক্ষেত্রে কোনো সেটেই অতিরিক্ত এমন কোনো উপাদান থাকবে না যা অপর সেটে নেই। তখন অবশ্যই $A = B$ হবে।

$A \subseteq B$ এবং $B \subseteq A$ হলে,

(i) ও (ii) এর সাধারণ ঘটনা অর্থাৎ, $A = B$ পাওয়া যাবে।



আবার, তিনটি সেট $A = \{3, 5, 7\}, B = \{5, 3, 3, 7\}$ এবং $C = \{7, 7, 3, 3, 5\}$ হলে, $A = B = C$ হবে।

যেহেতু সেটের উপাদানের পুনরাবৃত্তি করলে কিংবা তাদের স্থান পরির্বতনে সেটের কোনো পরিবর্তন হয় না। তাই,

$B = \{5, 3, 3, 7\} = \{3, 5, 7\}; C = \{7, 7, 3, 3, 5\} = \{3, 5, 7\}$

$\therefore A = B = C$

$A \leq B$ হলে, $n(A) \leq n(B)$

$A < B$ হলে, $n(A) < n(B)$

Example-06: $\mathbf{A = \{a, b, c, d, e\}}$ **এর প্রকৃত উপসেটের সংখ্যা কত?** [য.বো.'২৩; দি.বো.'২৩,২২,২০; ব.বো.'২২,২০; কু.বো.'২২; চ.বো., সি.বো.'২০]

সমাধান: $n(A) = 5 \therefore$ উপসেট সংখ্যা $= 2^{n(A)} = 2^5 = 32$

$\therefore$ প্রকৃত উপসেট সংখ্যা $= 32 - 1 = 31$

Example-07: $\mathbf{A = \{a, b, c, d, e\}}$ **উপসেটগুলো নির্ণয় কর।**

সমাধান: উপসেটগুলো নিম্নরূপ:

$\phi, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{e\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{b, e\}, \{c, d\}, \{c, e\}, \{d, e\}, \{a, b, c\}\{a, b, d\}\{a, b, e\}$
$\{a, c, d\}, \{a, c, e\}, \{a, d, e\}, \{b, c, d\}, \{b, c, e\}, \{b, d, e\}, \{c, d, e\}, \{a, b, c, d\}$
$\{a, b, c, e\}, \{a, b, d, e\}, \{a, c, d, e\}\{b, c, d, e\}, \{a, b, c, d, e\}$

টপিকভিত্তিক বিগত বছরের প্রশ্ন ও সমাধান

সসীম ও অসীম সেট, ভেনচিত্র ও উপসেট

বোর্ড MCQ ও সমাধান

01. $A = \{1,2,3,4\}$ হলে, সেট A এর প্রকৃত উপসেট কয়টি? [ঢা.বো.'২৪]

(a) 4 (b) 14 (c) 15 (d) 16 ⓒ

সমাধান: $A = \{1,2,3,4\}$

$n = 4 \therefore P(A) = 2^4 = 16$

$\therefore$ প্রকৃত উপসেট $= 16 - 1 = 15$

02. নিচের কোনটি সসীম সেট? [ব.বো.'২৪]

(a) $\{x \in Z : x < 2\}$

(b) $\{\frac{p}{q} : p$ ও q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0\}$

(c) $\{y \in \mathbb{N} : y^2 < 100 < y^3\}$

(d) $\{x \in Z : x^2 > 5$ এবং $x^3 \leq 36\}$ ⓒ, ⓓ

সমাধান: $\{y \in \mathbb{N} : y^2 < 100 < y^3\}$

$= \{5,6,7,8,9\}$

03. $A = \{2,3,7,9\}$ হলে A এর প্রকৃত উপসেট কয়টি? [ঢা.বো.'২৩,২২]

(a) 7 (b) 8 (c) 15 (d) 16 ⓒ

সমাধান: এখানে, $n = 4 \therefore 2^n - 1 = 2^4 - 1 = 15$

04. A সেটের উপসেটের সংখ্যা 32 হলে, A সেটের উপাদান সংখ্যা কত? [রা.বো.'২৩]

(a) 3 (b) 4 (c) 5 (d) 8 ⓒ

05. $M = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leq x < 6\}$ হলে- [কু.বো.'২৩]

(i) M সেটের উপাদান সংখ্যা 5

(ii) M সেটের প্রকৃত উপসেট সংখ্যা 32 টি

(iii) M সেটের মৌলিক সংখ্যা 3 টি

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii ⓑ

সমাধান: তালিকা পদ্ধতিতে, $M = \{1,2,3,4,5\}$

(i) সঠিক: $n(M) = 5$

(ii) সঠিক নয়: উপসেট সংখ্যা $= 2^{n(M)} = 2^5 = 32$

প্রকৃত উপসেট সংখ্যা $= 32 - 1 = 31 \neq 32$

(iii) সঠিক: 2,3,5 মৌলিক সংখ্যা

06. $A = \{2, 4, 6, 8\}$ সেটটির– [দি.বো.'২২]

(i) প্রকৃত উপসেটের সংখ্যা 15

(ii) $A = \{x \in \mathbb{N} : x,$ জোড়সংখ্যা এবং $x \leq 8\}$

(iii) A সেটে 2 দ্বারা বিভাজ্য উপাদান সংখ্যা 4টি

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii ⓓ

সমাধান: প্রকৃত উপসেট $= 2^4 - 1 = 15$ টি

07. নিচের কোনটি অসীম সেট? [ম.বো.'২২]

(a) $\{x \in \mathbb{N} : x > 5\}$ (b) $\{x \in \mathbb{N} : x < 5\}$

(c) $\{x \in \mathbb{N} : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x < 2\}$

(d) $\{x \in \mathbb{Z} : 16 \leq x^2 \leq 36\}$ ⓐ

Try Yourself

01. দেখাও যে, সকল স্বাভাবিক সংখ্যার সেট একটি অসীম সেট।

02. $P = \{x, y, z\}$ এর উপসেটগুলো লিখ এবং সেগুলো থেকে প্রকৃত উপসেট বাছাই কর

[Ans: P উপসেটসমূহ $\{x, y, z\}, \{x, y\}, \{x, z\}, \{y, z\}, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \emptyset$; P প্রকৃত উপসেটসমূহ $\{x, y\}, \{x, z\}, \{y, z\}, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \emptyset$]

03. 100 জন শিক্ষার্থীর মধ্যে কোনো পরীক্ষায় 88 জন বাংলায়, 80 জন গণিতে এবং 70 জন উভয় বিষয়ে পাশ করেছে। ভেনচিত্রের সাহায্যে তথ্যগুলো প্রকাশ কর এবং কতজন শিক্ষার্থী উভয় বিষয়ে ফেল করেছে, তা নির্ণয় কর। **[Ans: 2 জন]**

Type-04: সংযোগ সেট, ছেদ সেট, নিশ্ছেদ সেট ও সেটের অন্তর সংক্রান্ত সমস্যাবলি

সংজ্ঞা

সংযোগ সেট: দুই বা ততোধিক সেটের সকল উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে সংযোগ সেট বলা হয়।

দুইটি সেট A ও B হলে, A ও B এর সংযোগ সেটকে $A \cup B$ দ্বারা প্রকাশ করা হয় এবং পড়া হয় A সংযোগ B অথবা A union B.